



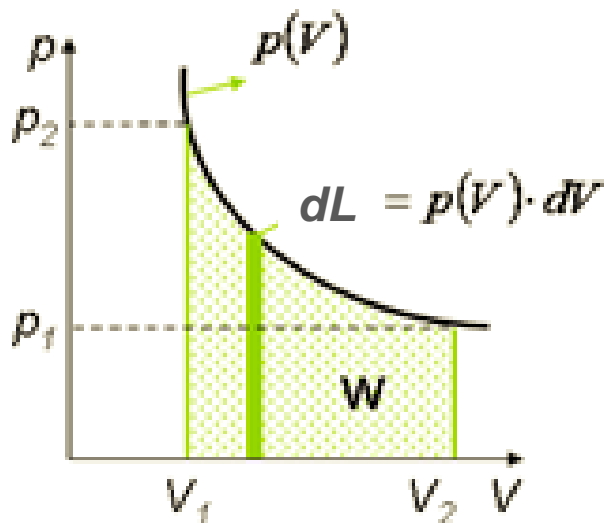
# Termodynamiczne Podstawy Inżynierii Ciepłej

Przemiany termodynamiczne

Wykład 3.

## Ciepło i praca podstawowe pojęcia w termodynamice.

Praca  $L$  wykonana przez układ termodynamiczny wiąże się ze zmianą objętości układu pod wpływem istniejącego ciśnienia. Praca wykonana przez układ przy zmianie objętości od  $V_1$  do  $V_2$  równa jest polu powierzchni pod krzywą na wykresie  $pV$ .



objętość końcowa

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p(V) \cdot dV$$

objętość początkowa

wykonana nad układem termodynamicznym wiąże się ze zmianą objętości układu pod wpływem wywieranego ciśnienia. Ciepło i praca nie są funkcjami stanu układu termodynamicznego. Ich wielkości nie zależą tylko od stanu końcowego i początkowego układu, ale też od tego po jakiej drodze odbywa się zmiana stanu, czyli od rodzaju procesu.

# Praca mechaniczna

## Praca bezwzględna (objętościowa)

---

- **Pracę** wykonujemy, gdy przesuwamy ciało pokonując przeciwstawną siłę. Wielkość **pracy** określa iloczyn przebytej drogi i siły przeciwdziałającej ruchowi.
- **praca** = droga  $\times$  siła oporu.
- Przykładem takiej pracy może być praca wykonywana przez gaz zawarty w jakimś zbiorniku o ciśnieniu  $p$ , na który działa ciśnienie zewnętrzne  $p_z$ , lub ziębnik w cylindrze zamkniętym tłokiem (rys. a).

# Praca bezwzględna- praca zmiany objętości

Rysunek – a) zmiana gęstości gazu w cylindrze,  
b) – kompresja objętości  $V$  ziębnika pod działaniem sił zewnętrznych:

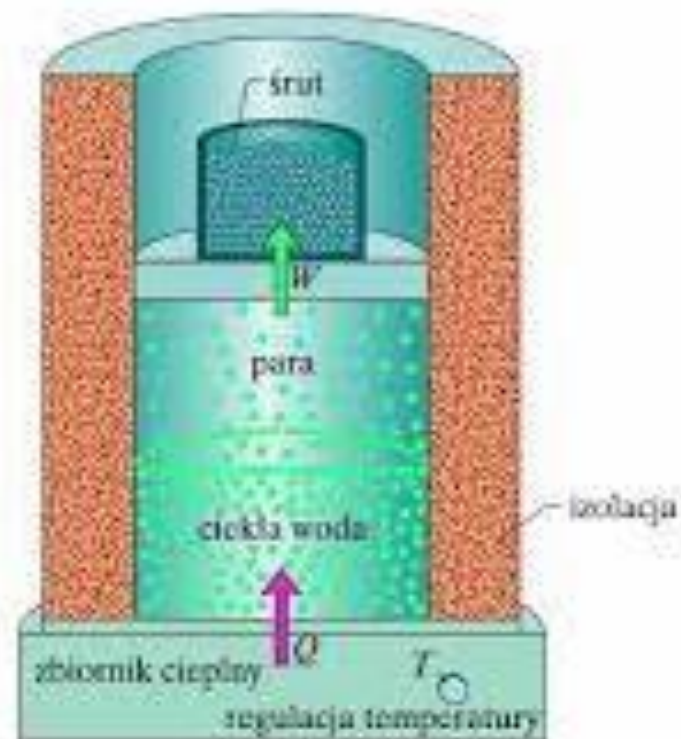
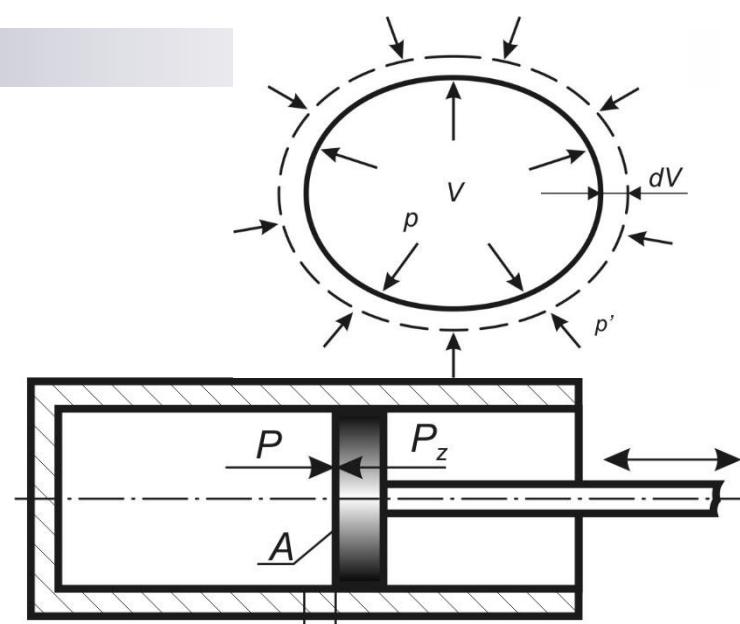
c)-przesunięcie tłoka pod wpływem ciepła

$p_z$  – ciśnienie w środowisku zewnętrznym,  $p$  – ciśnienie w objętości  $V$ ,

$dV$  – elementarna zmiana objętości

W przypadku realizacji przemiany równowagowej ciśnienie ziębnika  $p$  jest jednakowe w całej objętości i równe ciśnieniu zewnętrznemu  $p_z$  wywieranemu przez tłok na ziębnik. Przy nieskończenie małym przesunięciu tłoka  $dx$ , na który działa siła  $pA$  elementarna całkowita praca zmiany objętości jest określona dla przemiany równowagowej liniowym wyrażeniem różniczkowym:

$$dL = p \cdot A \cdot dx = p \cdot dV$$



# Praca

---

$$L_{\pi 1,2} = \int_{\pi 1,2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} p_{\pi}(V) dV$$

- Całkowanie wyrażenia można wykonać wówczas, gdy znana jest droga przemiany, pomiędzy stanami 1 i 2 (pierwsza całka) lub gdy znana jest zależność funkcyjna ciśnienia od objętości charakterystyczna dla danej przemiany (druga całka).

# Praca zewnętrzna

---

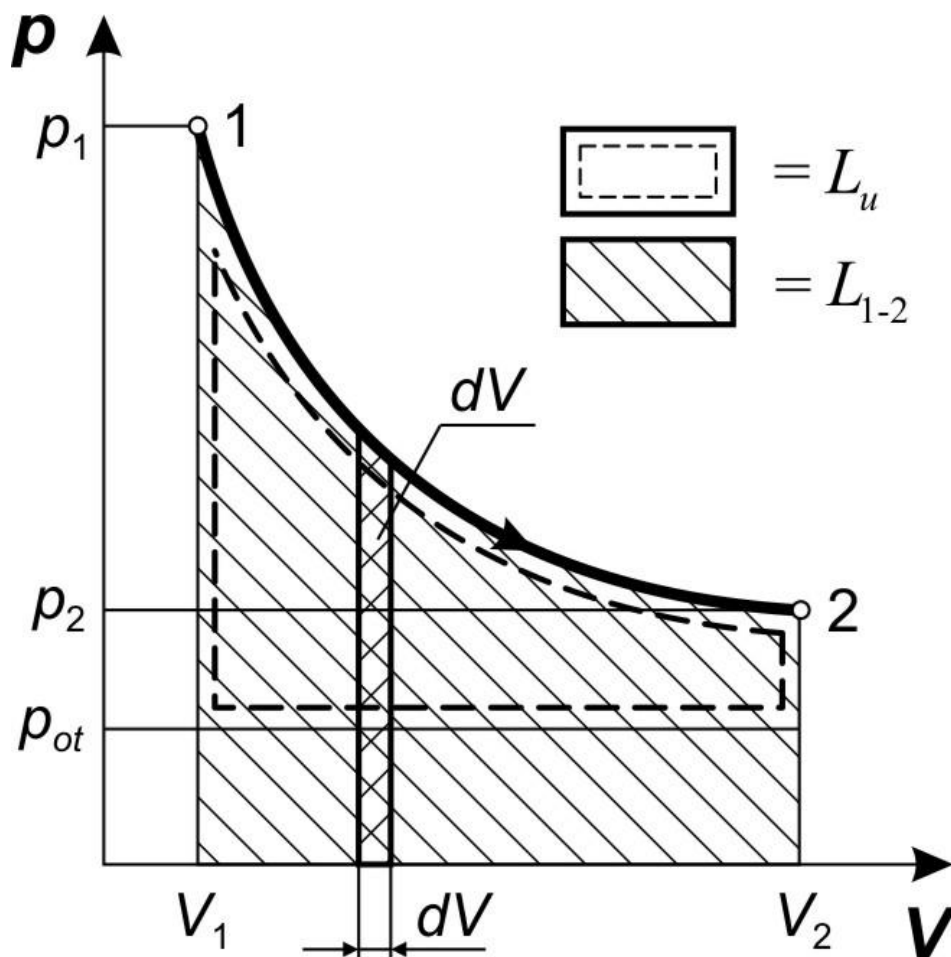
- Podczas realizacji nieodwracalnych przemian równowagowych zewnętrzna praca zmiany objętości jest mniejsza od całkowitej pracy zmiany objętości o pracę rozpraszania wewnątrz układu


$$L_{z\pi 1,2} = L_{\pi 1,2} - L_{w\pi 1,2} = \int_{\pi 1,2} p dV - L_{w\pi 1,2} < \int_{\pi 1,2} p dV$$

- Dla procesów nierównowagowych można często zmierzyć pracę zewnętrzną na granicy układu, która jest, tak jak i dla nieodwracalnych przemian równowagowych, mniejsza od całkowitej pracy zmiany objętości. W szczególnym przypadku zewnętrzna praca zmiany objętości wynosi

$$L_{z1,2} = \int_{V_1}^{V_2} p_z dV$$

# Interpretacja graficzna pracy:



- 
- 
- Pracę zmiany objętości przemiany równowagowej można przedstawić na wykresie o współrzędnych  $p - V$  za pomocą pola zawartego między linią przemiany, jej skrajnymi rzędnymi i osią odciętych..
  - Analizując wykres można zauważyć, że praca zmiany objętości zależy od położenia stanów skrajnych i rodzaju przemiany.
  - Przemiana będąca funkcją objętości i charakteryzująca się zmniejszeniem objętości ziębniaka w czasie jej realizowania jest nazywana kompresją. Całka, która według wzoru wyraża pracę kompresji odpowiada polu wykresu znajdującemu się pomiędzy linią przemiany 1-2 a osią odciętych (rys 1.10).
  - Przemianę polegającą na powiększeniu objętości ziębniaka określa się jako ekspansję.
  - Podczas ekspansji system wykonuje pracę przeciwko siłom zewnętrznym. Wartość pracy ekspansji oblicza się również z wzoru .
  - Praca zmiany objętości jest dodatnia podczas ekspansji  $dV > 0$ , a ujemna podczas kompresji  $dV < 0$ .
  - Gdy stan systemu nie zmienia się, praca przemiany jest równa zero.
-



# Praca użyteczna

---

- Gdy ciśnienie na zewnątrz cylindra (otoczenia) nie jest równe zeru, to część pracy ekspansji systemu jest zużywana na kompresję otoczenia. System zamknięty wykonuje wtedy pracę użyteczną równą

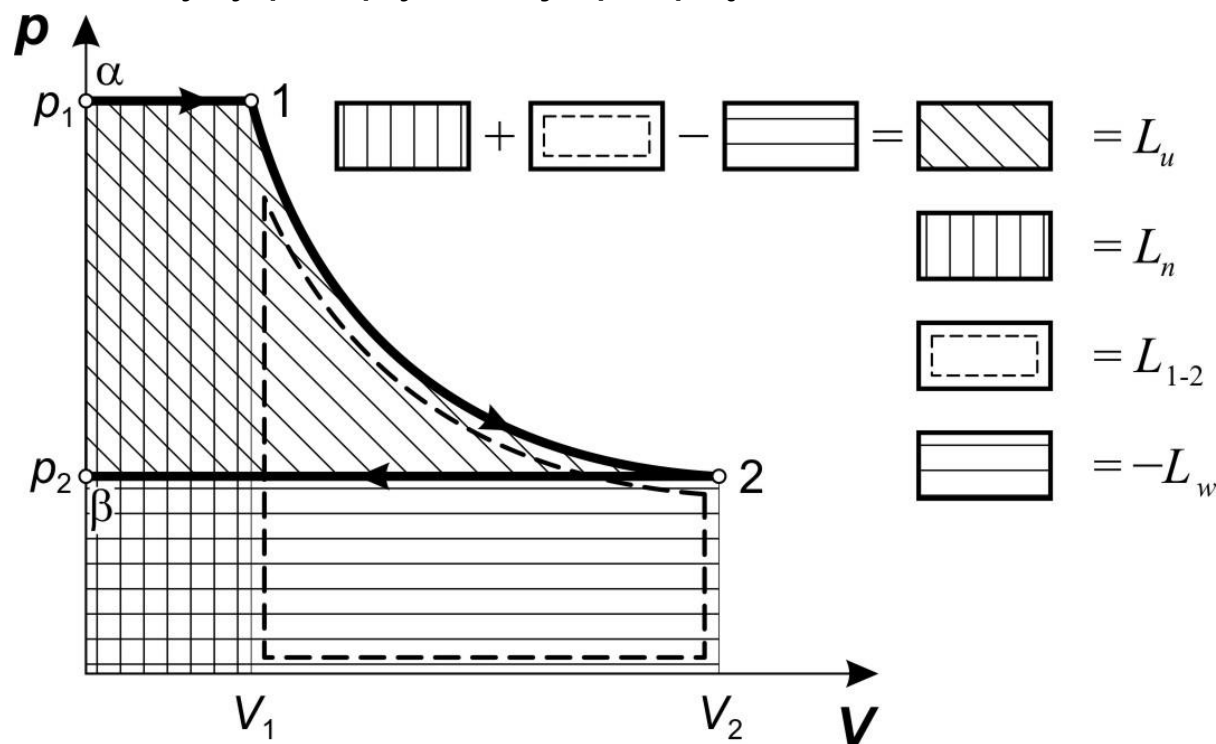
$$L_{u1,2} = L_{z1,2} - p_{ot} (V_2 - V_1)$$

- Dla przemian odwracalnych

$$L_{u\pi 1,2} = L_{\pi z 1,2} - p_{ot} (V_2 - V_1) = \int_{\pi 1,2} (p - p_{ot}) dV$$

# Praca techniczna

- . Pojęcie pracy technicznej związane jest z pełnym cyklem pracy idealnej maszyny przepływowej np. sprężarki



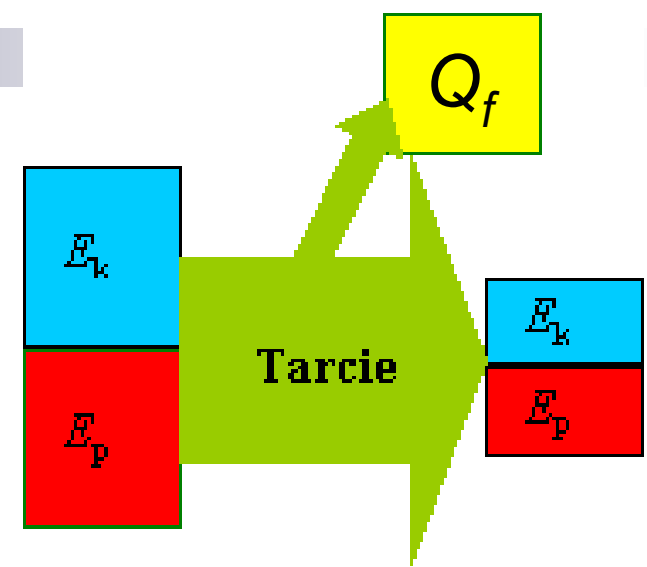
- Całkowita praca wykonana przez maszynę przepływową jest sumą pracy  $L_n$  napełniania,  $L_{1,2}$  przemiany w systemie zamkniętym i  $L_w$  wyłaczania. Sumę tę nazwano *pracą techniczną*  $L_t$

$$L_t = L_{1,2} + L_n + L_w = L_{1,2} + p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2$$

$$dL_t = -Vdp$$

$$L_t = -\int_1^2 Vdp$$

Dla przemian z tarciem



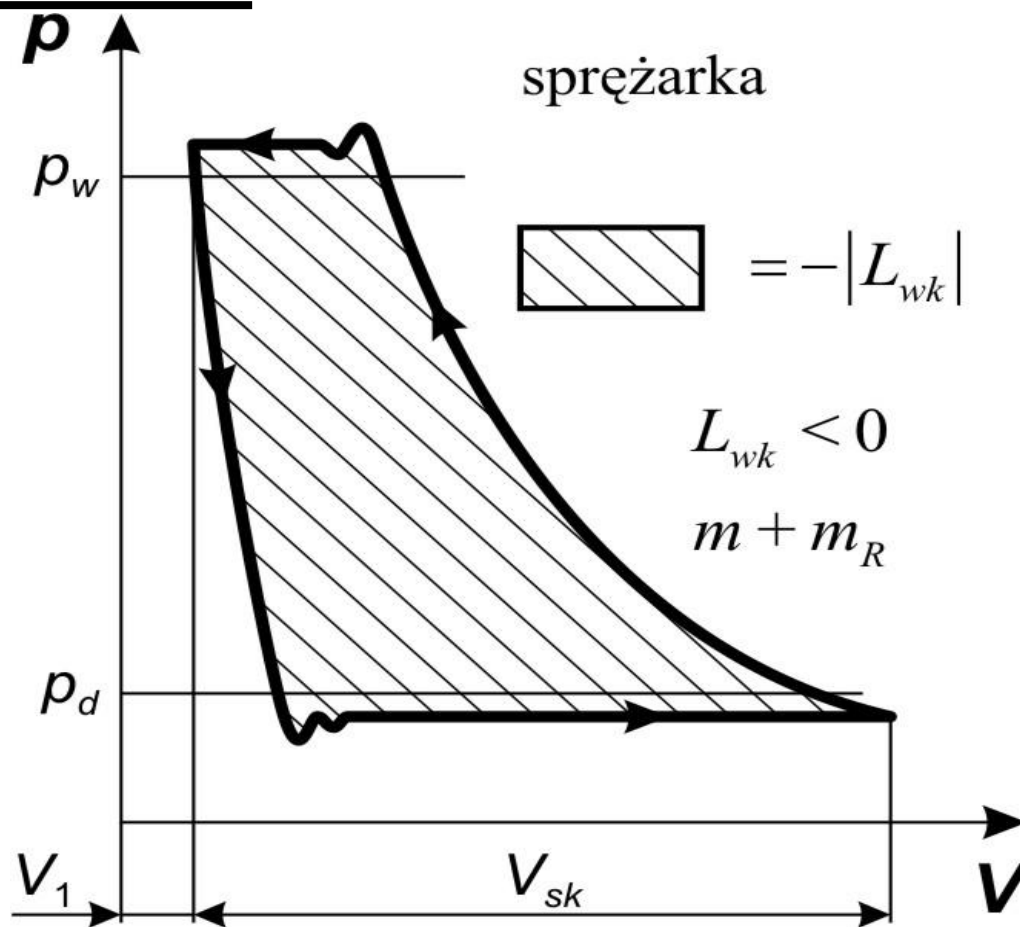
$$dL_t = -Vdp - dL_f = -Vdp - dQ_f$$

## Praca indykowana - rzeczywista maszyna przepływowa np. sprężarka ziębnicza.

---

- Uwzględnia:
- Tarcie mechaniczne na poruszających się względem siebie powierzchniach.
- Dławienie przy przepływie przez zawory.
- Pomiędzy tłokiem a dnem pozostaje tzw. *objętość szkodliwa* (resztowa)  $V_r$ .  
W zewnętrznym położeniu martwym objętość cylindra jest sumą objętości szkodliwej i *objętości skokowej*  $V_{Sk}$ .
- Po zakończeniu wytlaczania pozostaje pewna ilość  $m_r$  czynnika resztowego. Przed rozpoczęciem napełniania, w zamkniętym cylindrze zachodzi przemiana czynnika resztowego (w sprężarce rozprężanie). W przemianie przebiegającej po zakończeniu napełniania bierze udział ( $m + m_r$ ) czynnika, gdzie  $m$  oznacza ilość czynnika doprowadzonego z przewodu ssawnego.

# Praca indykowana:



Rysunek 4. Wykres indykatorowy sprężarki tłokowej

# Wewnętrzna, efektywna, sprawność mechaniczna

**Pracę wewnętrzną  $L_i$**  rozprężarki definiuje się jako pracę przekazaną przez czynnik roboczy na wał rozprężarki, a w przypadku sprężarki jako pracę doprowadzaną do czynnika roboczego od wału sprężarki.

- **Praca efektywna  $L_e$**  jest mierzona na sprzęgle maszyny przepływowej. Jest ona mniejsza od pracy wewnętrznej  $L_i$  o pracę  $L_m$  tarcia występującego na przemieszczających się względem siebie powierzchniach:

$$L_e = L_i - L_m$$

- Stosunek pracy efektywnej do pracy wewnętrznej maszyny przepływowej nazywa się **sprawnością mechaniczną**. W przypadku sprężarki sprawność mechaniczną określa się, jako stosunek pracy wewnętrznej do pracy efektywnej:

$$\eta_m = \frac{L_e}{L_i}$$

# Przemiany termodynamiczne


---

**Przemianą termodynamiczną** nazywany jest, zmieniający się zbiór stanów układu termodynamicznego o określonej kolejności, odznaczającym się jednym stopniem swobody.

W zależności od tego, jak zmieniają się funkcje stanu układu, można wyróżnić różne rodzaje przemian termodynamicznych.

- Zbiór stanów systemu  $W$  dwuwymiarowym układzie współrzędnych odwzorowaniem graficznym przemiany jest linia zwana droga przemiany.
- Zespół kolejnych przemian, po których realizacji stan rozpatrywanego układu powraca do stanu początkowego nazywamy obiegiem (lub cyklem) termodynamicznym. Geometrycznie obieg jest przedstawiony jest najczęściej w postaci linii zamkniętej.
- Obieg jest odwracalny, jeżeli składa się wyłącznie z przemian odwracalnych. Nieodwracalność przynajmniej jednej przemiany czyni obieg nieodwracalnym.



- 
- 
- Przemiana jest odwracalna jeżeli jest równowagowa (poszczególne stany są stanami równowagi), przebiega bez tarcia i wszystkie uczestniczące w niej ciała przejdą od stanu końcowego do początkowego (zostaną odwrócone) przez te same stany pośrednie, i otoczeniu zostanie przywrócony stan pierwotny.
  - Oddziaływania pomiędzy systemem a otoczeniem podczas przemiany odwracalnej odbywają się przy nieskończone małych gradientach temperatur, ciśnień, stężeń.

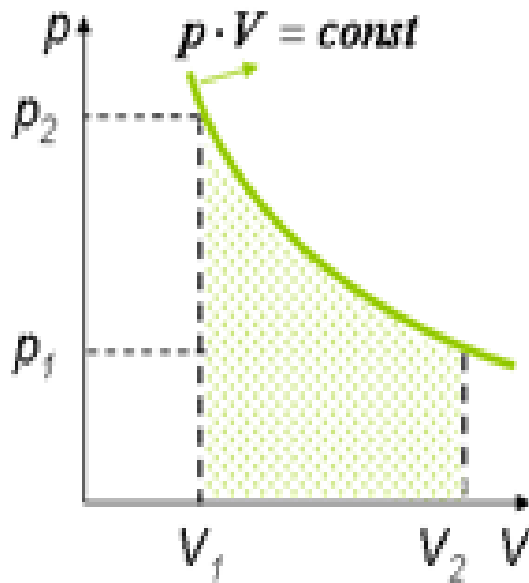
# Przemiany termodynamiczne

---

- Charakterystyczne, odwracalne przemiany gazu doskonałego to:
  - – izobaryczna  $p = \text{const}$
  - – izotermiczna  $T = \text{const}$
  - – izochoryczna  $V = \text{const}$
  - – adiabatyczna  $\kappa = \text{const}$
  - – izentropowa  $S = \text{const}$
  - – politropowa  $m = \text{const}$ .
- A przemiany(procesy) nieodwracalne to:
  - dławienie,
  - mieszanie,
  - tarcie,
  - wymiana ciepła.

**PRZEMIANA IZOTERMICZNA** – to proces, w którym temperatura układu pozostaje stała ( $T = \text{const}$ ), czyli  $dT = 0$ , a równanie izotermy  $pV = \text{const}$ .

W przemianie tej wykonywana jest praca



$$L' = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = n_M \cdot R \cdot T \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = n_M \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (0.1)$$

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki energia wewnętrzna nie zmienia się, więc

$$0 = \delta Q_T - p \cdot dV$$

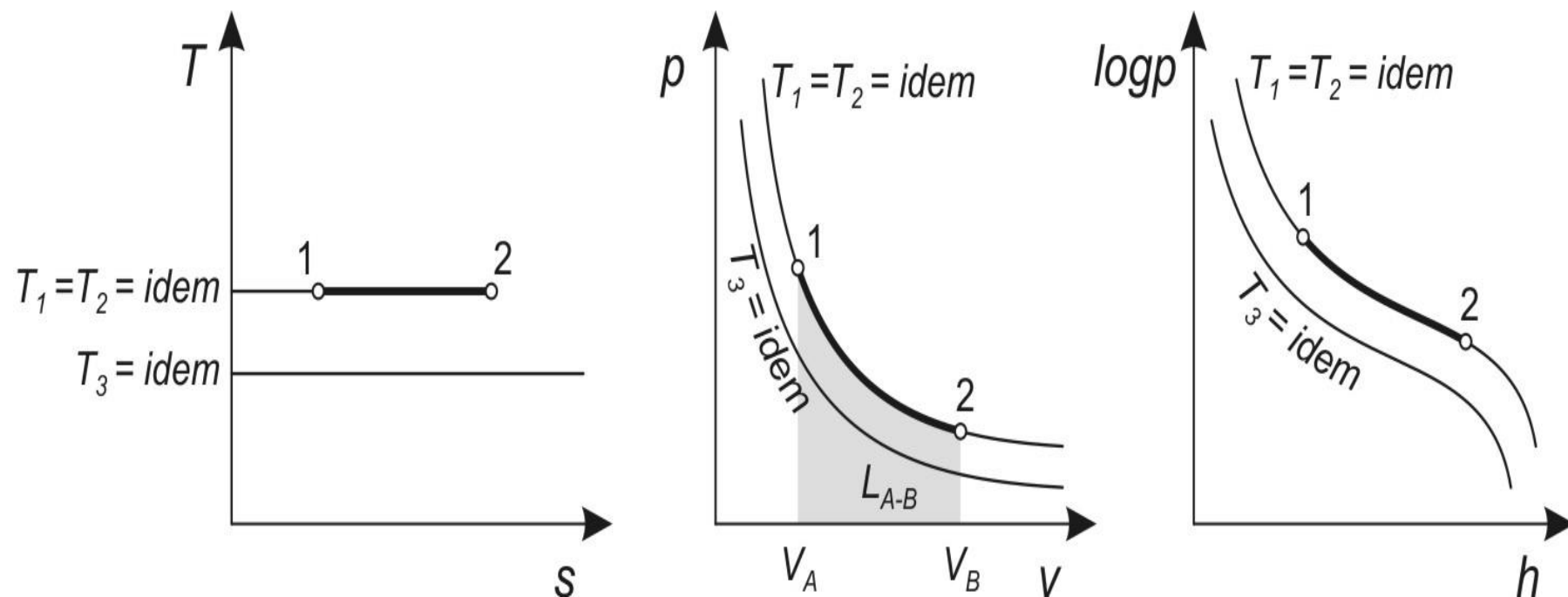
Wymianie ciepła towarzyszy wykonanie pracy

$$\delta Q_T = p \cdot dV$$

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 = R \cdot T$$

Proces termodynamiczny który zachodzi przy stałej temperaturze, np. sprężanie gazu przy stałej temperaturze, lub przejścia fazowe,  $T = \text{const}$ ,  $dT = 0$ .

Obrazem geometrycznym przemiany izotermicznej jest izoterma.



$$P_T(v) = \frac{R \cdot T}{v}, T_1 > T_3$$

- Wielkości takie jak entropia i entalpia są zależne tylko od temperatury
- przemiany izotermiczne to przemiany, w których nie występuje zmiana energii wewnętrznej ani entalpii, czyli można powiedzieć, że są to przemiany izoenergetyczne i izentalpowe.
- Z I zasady termodynamiki dla układów zamkniętych, można obliczyć ciepło dla przemiany izotermicznej:

$$dQ = dL$$

$$q_{T1,2} = l_{T1,2} = l_{tT1,2}$$

Pracę dla przemiany izotermicznej można obliczyć całkując wyrażenie  $p(v)dv$  i uwzględniając

• zależność

$$l_{T1,2} = \int_{v_1}^{v_2} p_T(v) dv = R \cdot T \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (0.1)$$

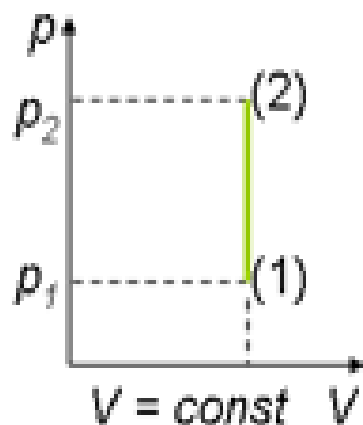
$$p_1 \cdot v_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = p_2 \cdot v_2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = p_2 \cdot v_2 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = p_1 \cdot v_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$q_{T1,2} = \int_{s_1}^{s_2} T ds = T \cdot (s_2 - s_1)$$

- Znak ciepła przemiany izotermicznej jest zgodny ze znakiem pracy zmiany objętości i znakiem pracy technicznej
- W przypadku ekspansji  $v_2 > v_1$  oraz rozprężania  $p_2 < p_1$  ciepło przemiany izotermicznej jest dodatnie;
- W przypadku kompresji  $v_2 < v_1$  oraz sprężania  $p_2 > p_1$  ujemne. Jest to szczególnie przydatna wiadomość przy odwzorowywaniu przemian na wykresach.
- Z kolei zmianę entropii właściwej dla przemiany izotermicznej można policzyć jako:

$$(s_2 - s_1) = \frac{q_{T1,2}}{T} = R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = R \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

**PRZEMIANA IZOCHORYCZNA** - to proces, w którym objętość układu pozostaje stała ( $V = \text{const}$ ), czyli  $dV = 0$ , a równanie izochory  $p/T = \text{const}$ .



W przemianie tej nie jest wykonywana praca, więc zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki, gdy  $\delta W = p dV = 0$ , to

$$dU = \delta Q_V$$

Energia wewnętrzna danej masy gazu doskonałego zależy tylko od temperatury, dlatego

$$dU = n_M \cdot C_V \cdot dT$$

ciepło molowe przy stałej objętości

$$dU = m \cdot c_V \cdot dT$$

ciepło właściwe przy stałej objętości

$$C_V = M \cdot c_V$$

$$C_V = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

W przemianie izochorycznej możemy zmienić energię wewnętrzną układu jedynie na drodze wymiany ciepła.



# Przemiana Izochoryczna

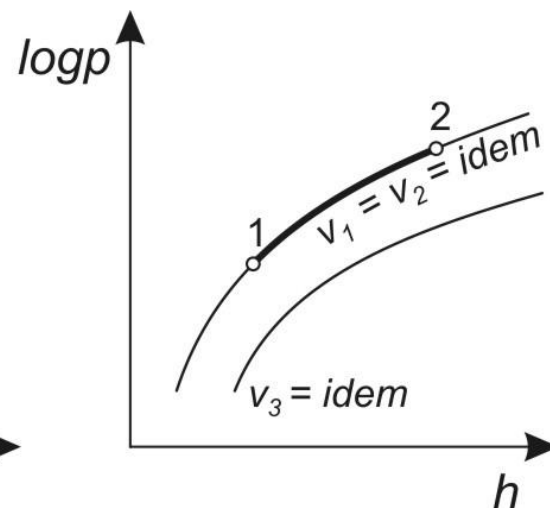
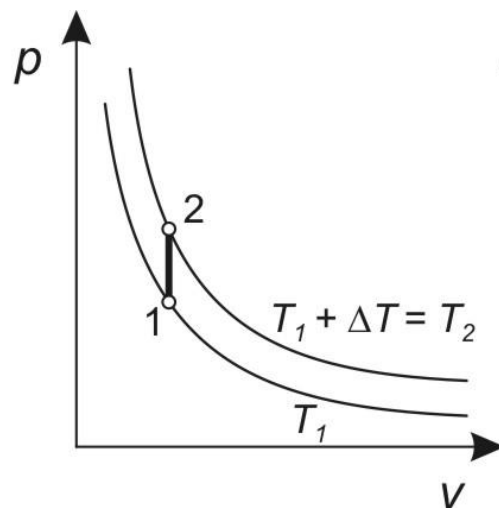
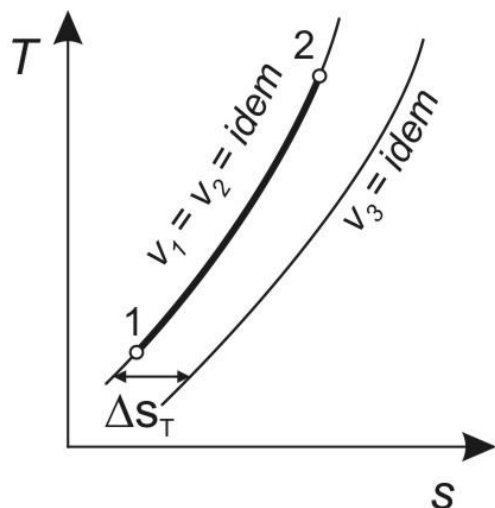
$V = \text{const}$

$dv = 0$

-spalanie mieszanki w zamkniętym naczyniu

-chłodzenie izochoryczne

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$



# Ciepło właściwe

---

$$C_v = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_v$$

Indeks  $v$  przy znaku pochodnej cząstkowej oznacza, że proces zachodzi w stałej objętości.

Energia wewnętrzna danej masy gazu doskonałego zależy jednak wyłącznie od temperatury.

. Możemy więc dla gazu doskonałego napisać, że

$$C_v = \frac{dU}{dT}$$

# Praca:

---

$$l_{v1,2} \int_{v_1}^{v_2} p dv = 0$$

$$l_{tv1,2} = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = v(p_1 - p_2) = R \cdot (T_1 - T_2) = -(\dot{u} - 1)_{qv1,2}$$

---

# Ciepło przemiany

---

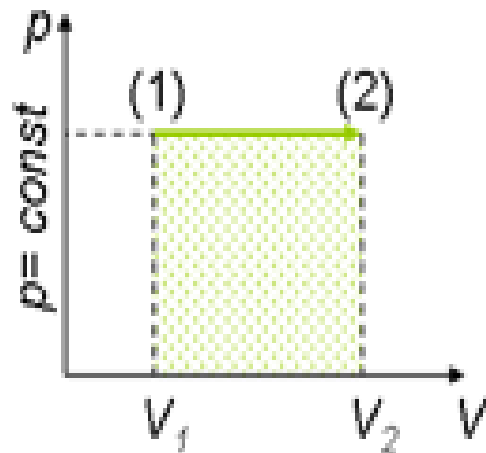
$$q_{v1,2} = c_v (T_2 - T_1) = \frac{R}{\dot{u} - 1} (T_2 - T_1) = \frac{v}{\dot{u} - 1} (p_2 - p_1)$$

$$(s_2 - s_1)_T = \int_{T_1}^{T_2} c_v (T) \frac{dT}{T} = \int_{T_1}^{T_2} [c_p (T) - R] \frac{dT}{T}$$

$$(s_2 - s_1)_v = c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \cdot \ln \frac{p_2}{p_1}$$

---

**PRZEMIANA IZOBARYCZNA** - to proces w którym ciśnienie pozostaje stałe ( $p = \text{const}$ ), czyli  $dp = 0$ , a równanie izobary  $V/T = \text{const}$ .



W przemianie tej wykonywana jest praca

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = p \cdot (V_2 - V_1)$$

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki

$$dU = \delta Q_p - p \cdot dV$$

$$n_M \cdot C_V \cdot dT = n_M \cdot C_p \cdot dT - p \cdot dV$$

ciepło molowe przy stałym ciśnieniu

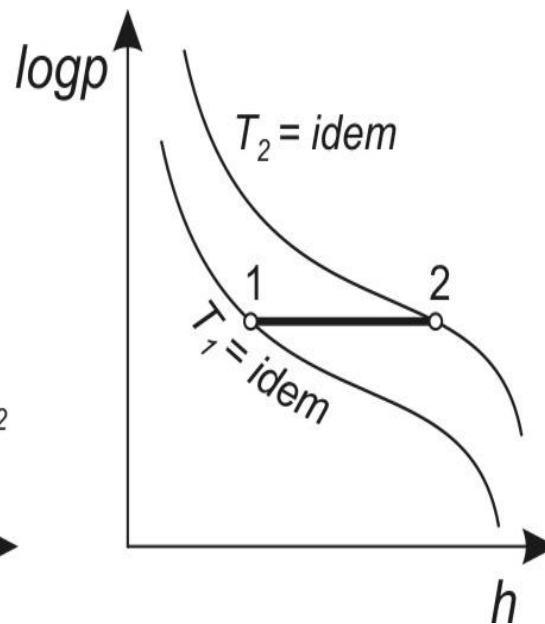
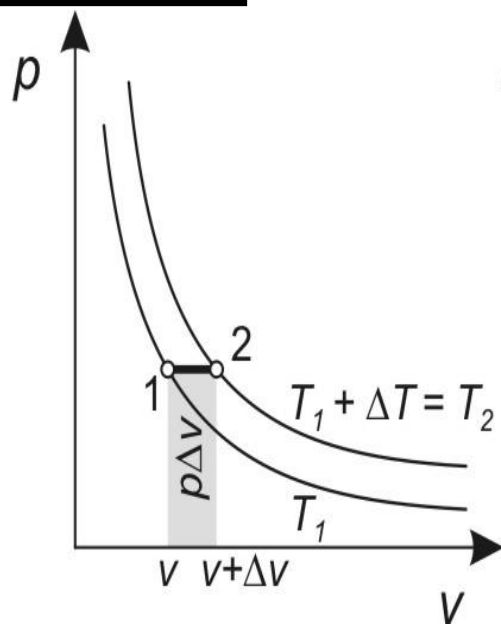
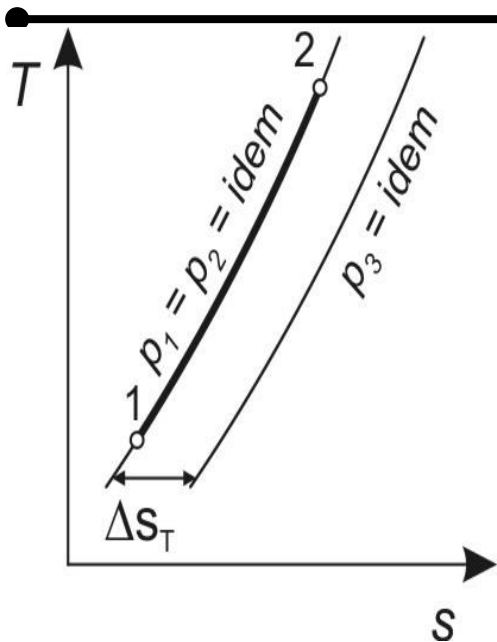
$$C_p = C_V + R$$

$$m \cdot c_V \cdot dT = m \cdot c_p \cdot dT - p \cdot dV$$

ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu

$$c_p = c_V + \frac{R}{M}$$

# Przemiana Izobaryczna



$$\left( \frac{v_1}{v_2} \right)_p = \frac{T_1}{T_2}$$

# Praca przemiany, techniczna

---

$$l_{p1,2} = p \cdot dv = p \cdot (v_2 - v_1) = R \cdot (T_2 - T_1)$$

$$l_{tp1,2} = -v \cdot dp = v \cdot (p_1 - p_2) = 0$$

# Ciepło przemiany= przyrost entalpii

---

$$q_{p1,2} = h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1) = \frac{\dot{u}}{\dot{u} - 1} \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \frac{\dot{u}}{\dot{u} - 1} \cdot p \cdot (v_2 - v_1)$$

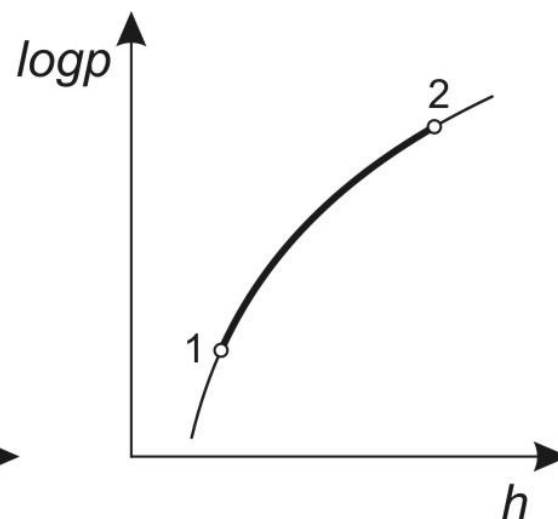
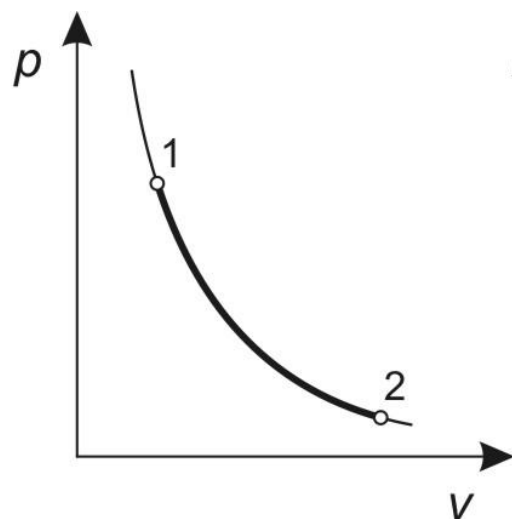
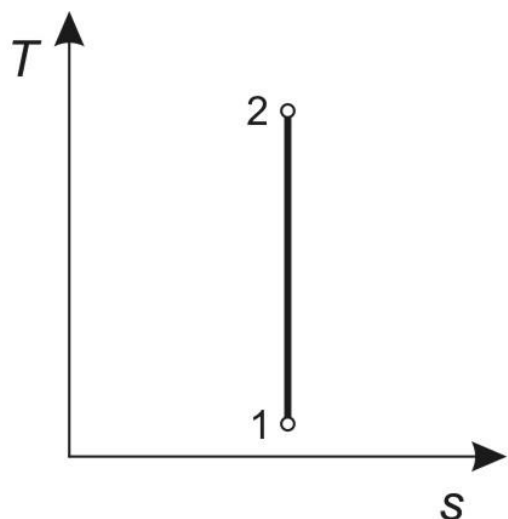
$$(s_2 - s_1)_p = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = c_p \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$(s_3 - s_1)_T = \Delta s_T = R \cdot \ln \frac{p_3}{p_1} < 0$$



# Przemiana Izentropowa

Przykładem przemiany izentropowej jest sprężanie gazu w całkowicie izolowanym cylindrze bez wymiany ciepła z otoczeniem lub rozprężanie gazu przez dyszę tak szybkie, że nie ma czasu na żadną wymianę ciepła z otoczeniem.



$$p \cdot V^\chi = \textit{idem}$$

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\chi ; \quad \left(\frac{v_2}{v_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\chi}}$$

---

$$\frac{c_p}{c_v} = \chi$$

$$\frac{p_2 \cdot v_2}{p_1 \cdot v_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\chi-1} ; \quad \left(\frac{v_2}{v_1}\right) = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} ; \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} ; \quad \left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\chi}{\chi-1}}$$

---

# Ciepło

---

$$q_{s1,2} = \int_{s_1}^{s_2} T ds = 0$$

$$l_{s1,2} = c_v \cdot (T_1 - T_2) = \frac{R}{\chi - 1} \cdot (T_1 - T_2)$$

Z równania wyrażającego pierwszą zasadę termodynamiki wynika, że w przypadku przemian izentropowych praca wykonana prowadzi do spadku energii wewnętrznej układu.

---

# Praca

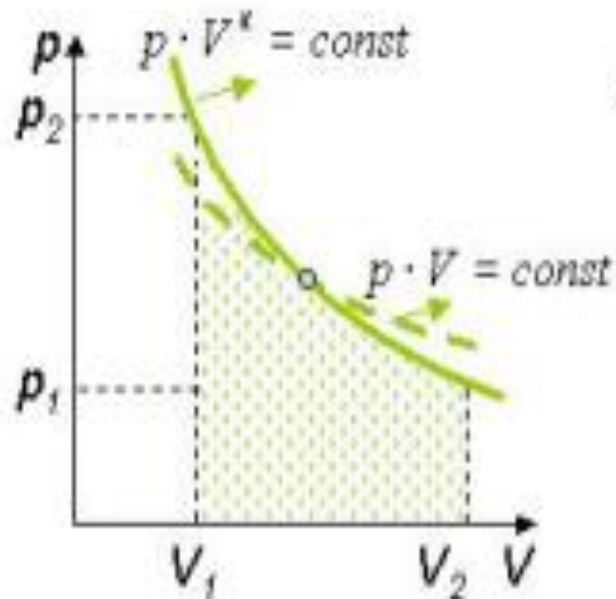
---

$$l_{s1,2} = c_v \cdot (T_1 - T_2) = \frac{R}{\chi - 1} \cdot (T_1 - T_2)$$

$$l_{t1,2} = h_1 - h_2 = c_p \cdot (T_1 - T_2) = \chi \cdot l_{s1,2}$$

**Przemiana adiabatyczna** – to proces podczas którego nie zachodzi wymiana ciepła między układem a otoczeniem, czyli  $\delta Q = 0$ . Równanie adiabaty  $pV^\kappa = \text{const}$ , gdzie  $\kappa$  to wykładnik adiabaty.

W przemianie tej wykonywana jest praca



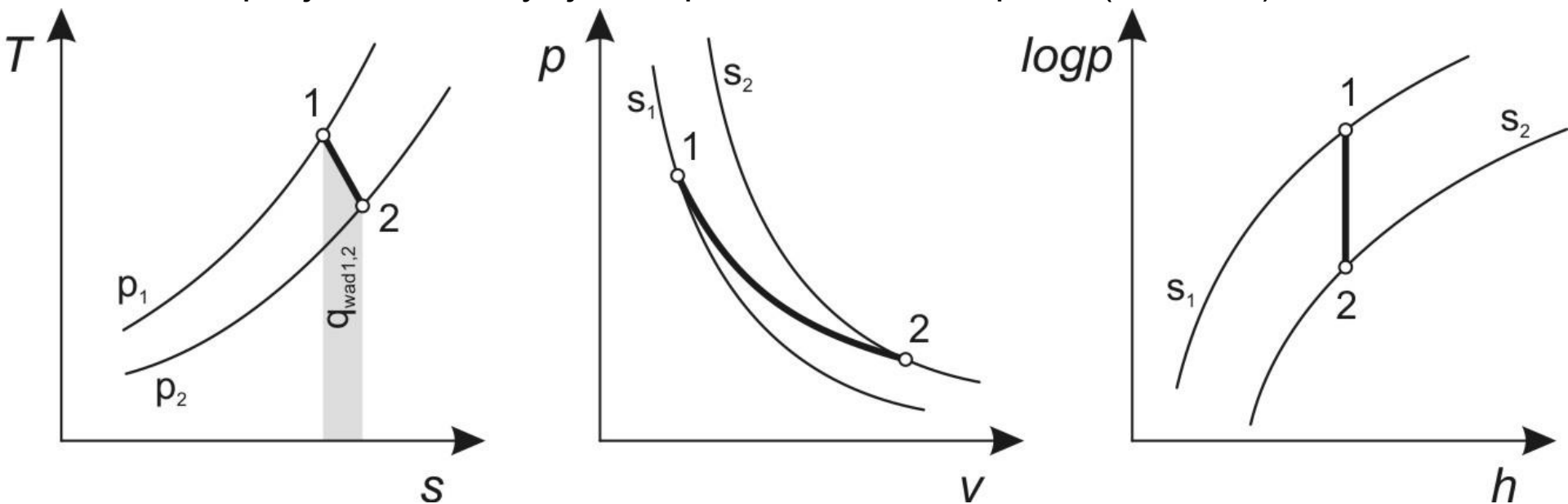
$$W = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = p_1 \cdot V_1^\kappa \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^\kappa} = \frac{p_1 \cdot V_1^\kappa}{\kappa - 1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa - 1} \right]$$

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki energia wewnętrzna zmienia się poprzez wykonywanie pracy, więc

$$dU = -p \cdot dV$$

# Przemiana adiabatyczna $dq=0$

- Przemiana adiabatyczna charakteryzuje się brakiem wymiany ciepła pomiędzy czynnikiem a źródłami zewnętrznymi  $dq_z = 0$ . Jeżeli również  $dq_w = 0$  to przemiana adiabatyczna jest przemianą odwracalną ( $dq = dq_w + dq_z = Tds = 0$  stąd  $ds = 0$ ). Ponieważ  $dq = 0$  przy  $T > 0$  i  $ds = 0$ , więc  $s = \text{const}$ . Przemiana adiabatyczna odwracalna jest przemianą, podczas której entropia jest stała, czyli jest to przemiana izentropowa ( $s = \text{idem}$ ).



# Równanie przemiany

---

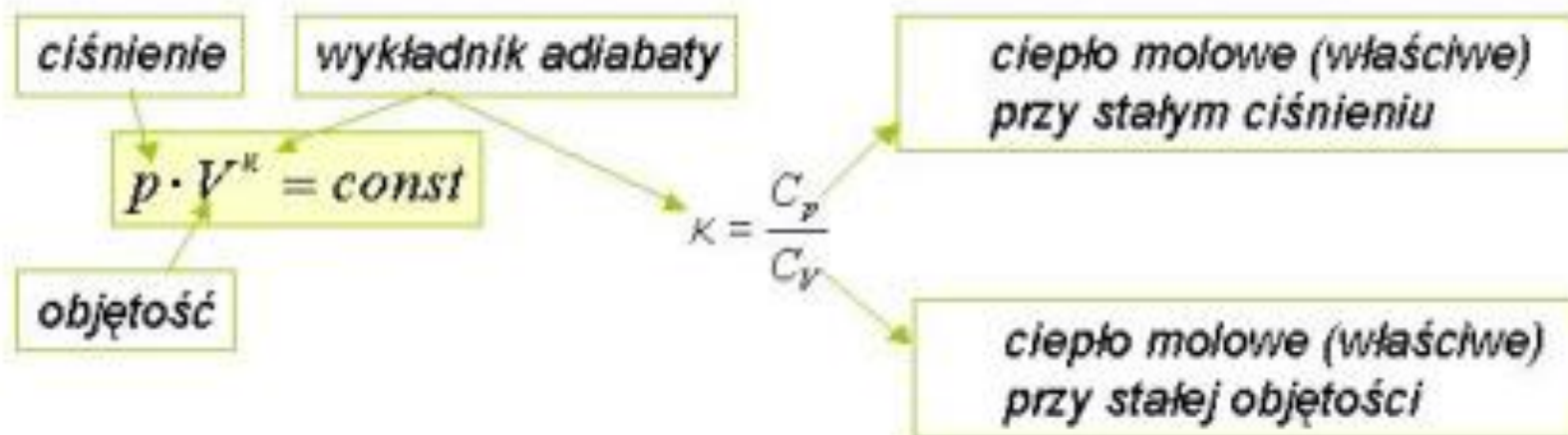
$$\chi = \frac{c_p}{c_v} = \text{const}$$

$$p \cdot V^{\dot{u}} = \text{idem}$$

$$T \cdot V^{\dot{u} - 1} = \text{idem}$$

$$T \cdot p^{\frac{1-\dot{u}}{\dot{u}}} = \text{idem}$$

# Równanie adiadyty nazywane też równaniem Poissona





# Praca

---

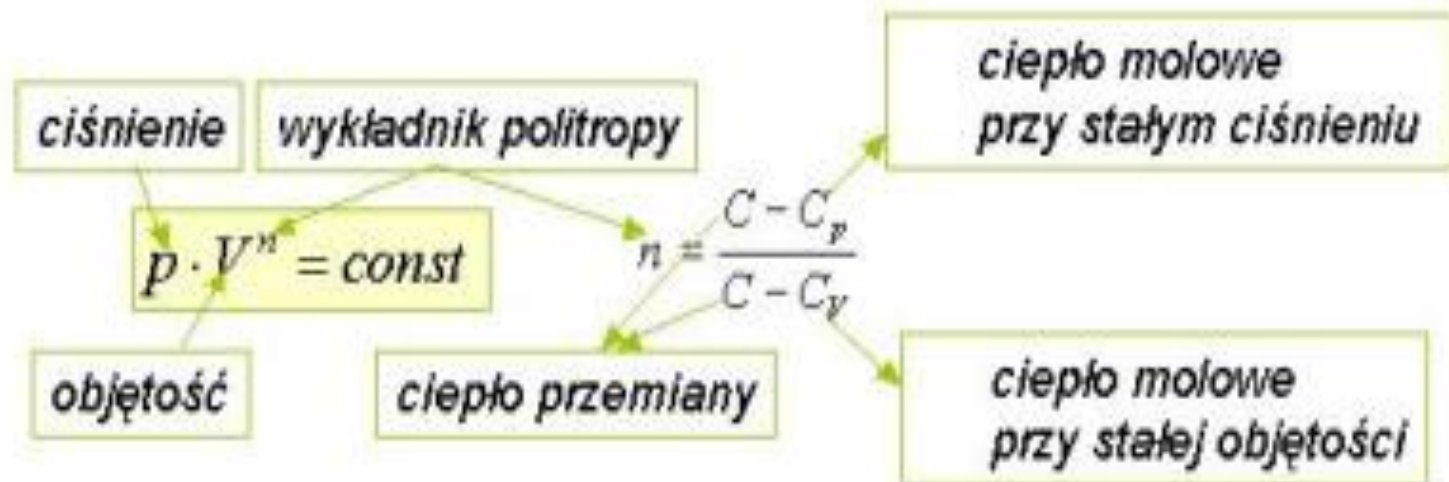
$$\begin{aligned} l_{z,ad1,2} = l = u_1 - u_2 = c_v (T_1 - T_2) &= \frac{R \cdot T_1}{\dot{u} - 1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\dot{u} - 1}{\dot{u}}} \right] = \\ &= \frac{R \cdot T_1}{\dot{u} - 1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\dot{u} - 1} \right] = \frac{R \cdot T_1}{\dot{u} - 1} \cdot \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_{z,t,ad1,2} = l_t = h_1 - h_2 = c_p \cdot (T_1 - T_2) &= \dot{u} \cdot c_v \cdot (T_1 - T_2) = \dot{u} \cdot L = \\ &= \frac{\dot{u}}{\dot{u} - 1} \cdot R \cdot (T_1 - T_2) \end{aligned}$$

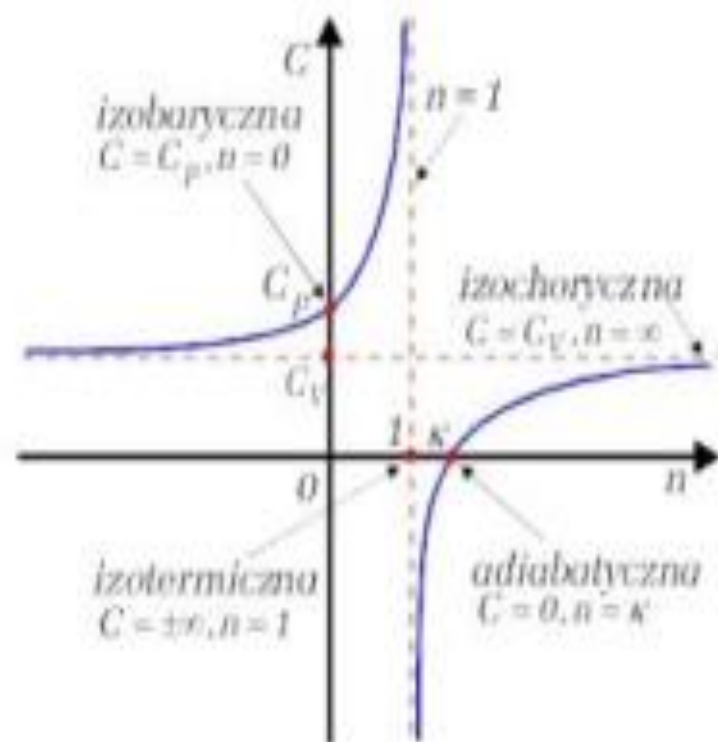
---

**Przemiana politropowa** to proces podczas którego pojemność cieplna ciała (ciepło przemiany) pozostaje stała, czyli  $C = \text{const}$ .

Równanie politropy:



## Szczególne przypadki przemian politropowych:



izobaryczna	$C = C_p$	$n = 0$
izochoryczna	$C = C_v$	$n = \infty$
izotermiczna	$C = \infty$	$n = 1$
adiabatyczna	$C = 0$	$n = \kappa$

Rys. Ciepło molowe  $C$  procesów cieplnych  
w funkcji wykładnika politropy  $n$

# Rozprężanie gazu doskonałego

---

Proces rozprężania gazu w adiabatycznych warunkach, może przebiegać bez zmiany entropii tylko przy braku jakichkolwiek wewnętrznych procesów tarcia.

Dla spełnienia warunku musi zajść przemiana energii sprężonego gazu w pracę zewnętrzną.

**Zachodzi przy tym maksymalny spadek energii wewnętrznej gazu i cały proces odbywa się przy silnym spadku temperatury.**

Praca gazu doskonałego połączona z wykonaniem pracy zewnętrznej w otwartych i zamkniętych systemach może zostać określona z warunku, że ciepło przemiany izentropowej ( $ds = 0$ ) między stanami 1 i 2 jest równe zeru:

$$q_{s1,2} = \int_{s_1}^{s_2} T ds = 0$$

# Ekspansja gazu doskonałego

Z równania wyrażającego pierwszą zasadę termodynamiki wynika więc, że praca przemiany izentropowej jest wykonywana kosztem spadku energii wewnętrznej i w odniesieniu do 1 kg substancji wynosi:

$$(L)_z = I_{s1,2} = u_1 - u_{2s} = c_v \Big|_0^{T_1} T_1 - c_v \Big|_0^{T_2} T_2$$

a dla gazów doskonałych o stałym cieple właściwym

$$I_{s1,2} = c_v (T_1 - T_2) = \frac{R}{\kappa - 1} (T_1 - T_2) = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{\kappa - 1} = \frac{p_1 v_1}{\kappa - 1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1} \right] = \frac{RT_1}{\kappa - 1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]$$

Praca techniczna przemiany izentropowej jest wykonywana kosztem spadku entalpii i w odniesieniu do 1 kg wynosi:

$$(L)_0 = I_{ts1,2} = h_1 - h_{2s} = c_p \Big|_0^{T_1} T_1 - c_p \Big|_0^{T_2} T_2$$

a dla gazów doskonałych o stałym cieple właściwym

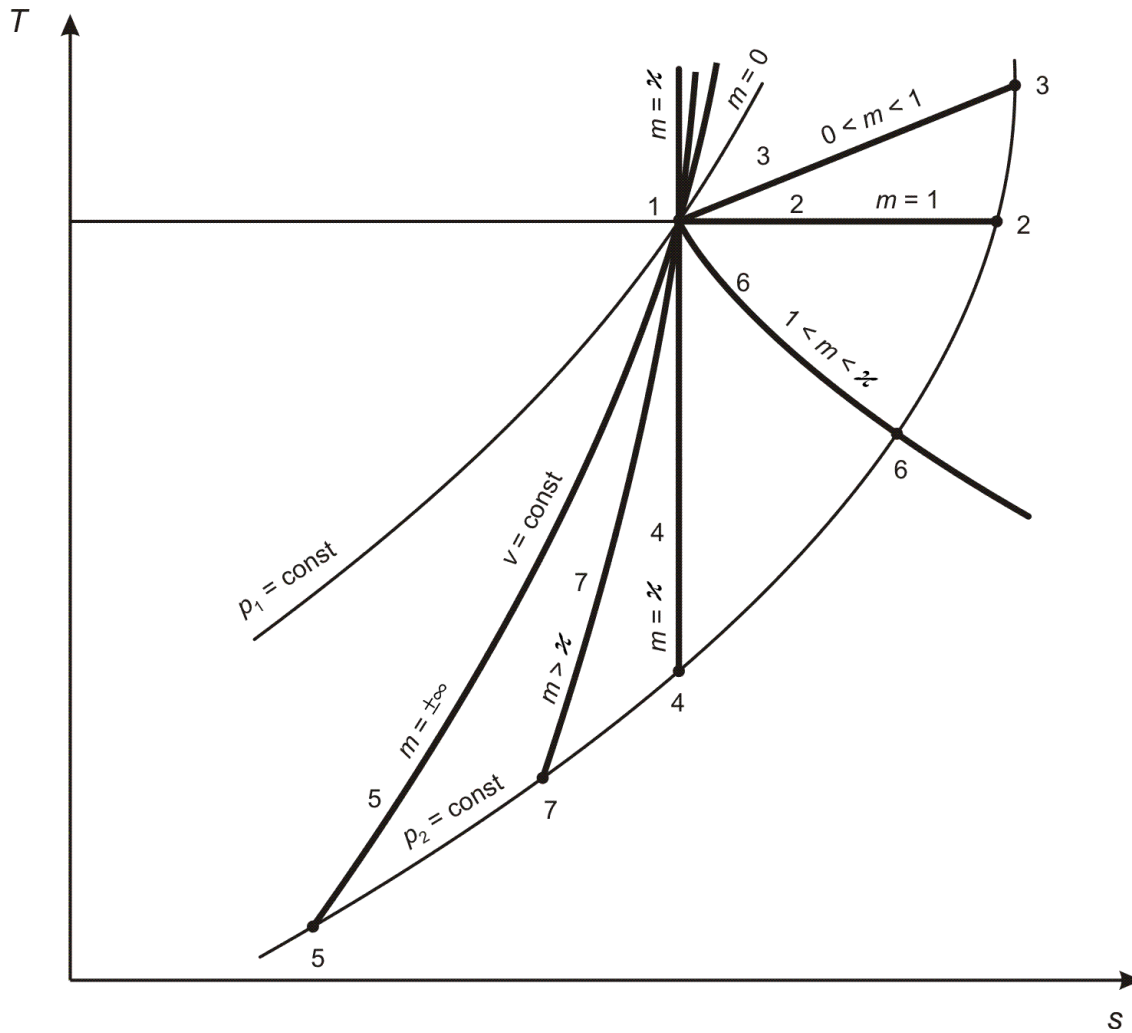
$$I_{ts1,2} = c_p (T_1 - T_2) = \kappa \cdot I_{s1,2}$$

czyli jest  $\kappa$  razy większa od pracy zmiany objętości tej przemiany

$$I_{ts1,2} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R (T_1 - T_2) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1} \right] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]$$

Równania są prawdziwe, gdy prędkość strumienia gazu na wlocie 1 i wylocie 2, są jednakowe.

# Spadek temperatury podczas ekspansji gazu dla przemian politropowych



Stosunek temperatur w przemianie politropowej  $1-2_m$  o wykładniku politropy  $m$  określić można z równania stanu gazu doskonałego

$$Pv = RT$$

i z równania politropy

$$Pv^m = \text{const}$$

otrzymuje się między poszczególnymi parametrami związku dla dwóch stanów czynnika

Rys. Procesy ekspansji gazu na wykresie  $T-s$  przy różnych wykładnikach politropy

# Spadek temperatury podczas ekspansji gazu dla przemian politropowych

Wykładnik  $m$  może się zmieniać od  $-\infty$  do  $+\infty$ .

I tak dla przemiany:

■ izobarycznej	$p = const$	$m = 0$
■ izotermicznej	$T = const$	$m = 1$
■ izentropowej	$s = const$	$m = \chi$
■ izochorycznej	$v = const$	$m = \pm \infty$
■ przemiany 1-3	$m < 1$	$T_2 > T_1$
■ przemiany 1-2	$m = 1$	$T_2 = T_1$
■ przemiany 1-6 lub 1-7	$m > 1$	$T_2 < T_1$

Zatem ostatni zakres wartości  $m$  może być brany pod uwagę, gdy chodzi o uzyskanie efektu obniżenia temperatury podczas rozprężania. Największy efekt obniżenia temperatury będzie miał miejsce przy przemianie  $m = \pm \infty$  (izochora 1-5).

Szczególny przypadek zachodzi dla przemiany izentropowej (adiabatycznej) 1-4 i wtedy  $m = \chi$ . (Wartość wykładnika adiabaty wynosi  $\chi = c_p / c_v$ , gdzie  $c_p$  i  $c_v$  są ciepłami właściwymi przy stałej prężności i stałej objętości).

# Spadek temperatury podczas ekspansji gazu dla przemian politropowych

$$\frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^m \quad \text{lub} \quad \frac{V_2}{V_1} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{m}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{m-1} \quad \text{lub} \quad \frac{V_2}{V_1} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{m-1}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{m-1}{m}} \quad \text{lub} \quad \frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{m}{m-1}}$$

Z ostatniej zależności wynika, że jeżeli ciśnienie gazu jest równe  $P_1$ , a temperatura  $T_1$  jest równa temperaturze otoczenia, to po rozprężaniu politropowym uzyskane zostanie ciśnienie  $P_2$  i temperatura  $T_2$ . Stosunek temperatur  $T_1/T_2$  uzależniony jest od stopnia rozprężenia gazu ( $P_1/P_2$ ) oraz od wykładnika politropy  $m$ .



# Spadek temperatury podczas ekspansji gazu dla przemian politropowych

Ilościowy efekt obniżenia temperatury podczas rozprężania politropowego określa wielkość  $\delta_m$  nazywana elementarnym lub różniczkowym efektem obniżenia temperatury podczas politropowego rozprężania gazu.

$$\delta_m = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_m = - \frac{R}{c_m - c_p} \frac{T}{p} = \frac{m-1}{m} \frac{T}{p}$$

# Spadek temperatury podczas ekspansji gazu dla przemian politropowych

Elementarny efekt obniżenia temperatury podczas rozprężania izentropowego określa zależność

$$\delta_m = \delta_s = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{T}{P}$$

Zależność

$$\delta_s = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s$$

można wyznaczyć również uwzględniając związki pomiędzy parametrami stanu w postaci różniczkowej

$$\delta_s = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s = \frac{T}{c_p} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{Tv\beta}{c_p}$$

gdzie

- $\beta = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$  - współczynnik rozszerzalności objętościowej (dla gazu idealnego  $\beta = \frac{1}{T}$ ).

# Ekspansja gazu rzeczywistego

Podczas ekspansji gazu rzeczywistego niezbędne jest wykonanie dodatkowej pracy do pokonania sił wewnętrznych przyciągania drobin. Na podstawie równania Van der Waalsa praca ta określona jest wzorem:

$$\int_{v_1}^{v_2} \frac{a}{v^2} dv = \frac{a}{v_2} - \frac{a}{v_1}$$

Istnienie przyciągania wewnętrznego w gazie rzeczywistym jest przyczyną dużej wartości jego efektu izentropowego w porównaniu z gazem doskonałym. Dla gazu rzeczywistego całkowity efekt oziębiania osiąga się kosztem energii wewnętrznej zużytej na wykonanie pracy przeciw siłom zewnętrznym ( $\delta_{Pdv}$ ) i wewnętrznym ( $\delta_u$ ).

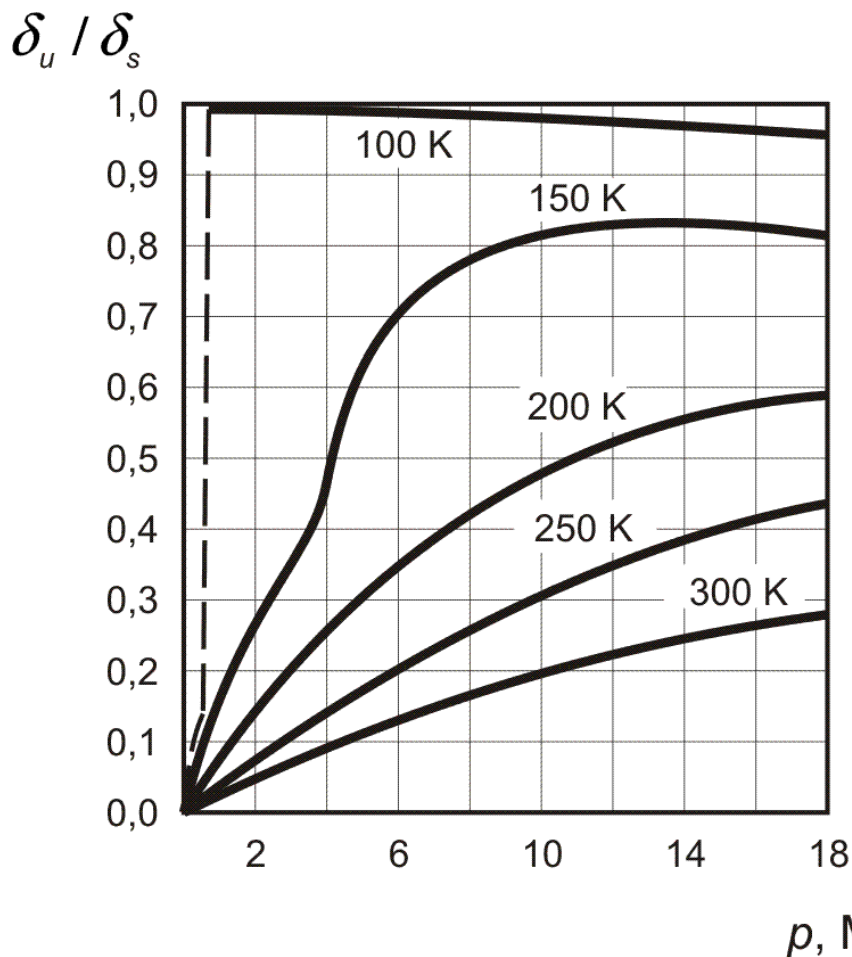
$$\delta_s = (\delta_{Pdv})_s + (\delta_u)_s$$

przy czym

$$(\delta_{Pdv})_s = - \frac{P \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_s}{c_V}$$

$$(\delta_u)_s = - \frac{\left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_s}{c_V}$$

# Ekspansja gazu rzeczywistego



Należy zwrócić uwagę, że z powyższych zależności wynika:

- Wielkość  $\delta_s$  jest zawsze dodatnia, niezależnie od stanu gazu podlegającego ekspansji;
- Ze wzrostem temperatury  $\delta_s$  wzrasta. Odpowiednio też wzrasta praca ekspansji;
- Ze wzrostem ciśnienia, czyli ze zmniejszaniem objętości właściwej, w procesie  $s = const$  wartość  $\delta_s$  zmniejsza się.

Rys. Zależność  $\frac{\delta_u}{\delta_s}$  od ciśnienia i temperatury dla powietrza

# Ekspansja gazu rzeczywistego

Wielkość  $\delta_s$  dla danego gazu można określić znając wartość  $p$  i  $T$ . Wszystkie wielkości wchodzące do poprzedniego równania są funkcjami ciśnienia i temperatury.

Można to równanie scałkować, gdy znane są związki pomiędzy  $z = z(p, T)$  i  $\chi = \chi(p, T)$ .  
Na przykład  $\chi_z = z$ , gdy  $x = const$  i  $z = const$ , wtedy

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{x-1}{x}}$$

i dalej

$$-\Delta T = T_1 - T_2 = T_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{x-1}{x}} \right]$$

Zatem efekt obniżania temperatury podczas rozprężania izentropowego będzie zależał od rodzaju gazu. Na przykład dla gazów jednoatomowych i dwuatomowych przy temperaturze początkowej  $T_1 = 300\text{K}$  podczas rozprężania adiabatycznego (izentropowego) temperatura końcowa  $T_2$  wyniesie:

przy $P_1/P_2$	5	10
hel	157 K	119 K
powietrze	189 K	155 K

Elementarny efekt obniżenia temperatury izentropowego rozprężania wynosi ok.  $120^\circ\text{C}/\text{MPa}$  dla helu o temperaturze 300 K i  $p = 1\text{ MPa}$ , gdy dla powietrza w tych samych warunkach ok.  $86^\circ\text{C}/\text{MPa}$ , a dla freonu 134a tylko  $37^\circ\text{C}/\text{MPa}$ .

# Pytania do wykładu 3.

---

- 1. Definicja „pracy użytecznej”
- 2. Praca techniczna.
- 3. Omów(równanie, ciepło, praca) i zidentyfikuj graficznie dowolną przemianę termodynamiczną
- 4. Elementarny efekt obniżenia temperatury podczas politropowego i izentropowego rozprężania gazu.
- 5. Elementarny efekt oziębiania dla gazu rzeczywistego.