Chłodnictwo i Kriogenika - Ćwiczenia
Lista 3

dr hab. nż. Bartosz Zajączkowski
bartosz.zajaczkowski@pwr.edu.pl

Politechnika Wrocławska
Wydział Mechaniczno-Energetyczny
Katedra Termodynamiki, Teorii Maszyn i Urządzeń Cieplnych

1 października 2018

1 Zadania

Uwaga: Przy rozwiązywaniu poniższych zadań należy skorzystać z wykresu $T - s$ dla azotu **R728**.

Zad.1 Wyznacz charakterystykę współczynnika efektywności lewobieżnego obiegu Carnot η_C w funkcji temperatury dolnej, zakładając, że górna temperatura jest stała i wynosi 300 K. Obliczenia należy wykonać dla zakresu temperatury dolnej od 0.1 K do 273 K.

Zad.2 Z wykresu $T - s$ czynnika **R728** odczytaj:

a) entalpię pod ciśnieniem $p = 5\,\mathrm{bar}$ i w temperaturze $T = 143\,\mathrm{K}$,

b) ciśnienie nasycenia w temperaturze $T = 100\,\mathrm{K}$,

c) entropię w temperaturze $T = 90\mathrm{K}$ przy stopniu suchości $x = 0.9$,

d) objętość właściwą pod ciśnieniem $p = 1\,\mathrm{bar}$ i przy stopniu suchości $x = 0.5$,

e) objętość właściwą pod ciśnieniem $p = 5\,\mathrm{bar}$ w temperaturze $T = -50°\mathrm{C}$,

f) entropię w temperaturze $T = 233\,\mathrm{K}$ pod ciśnieniem $p = 10\,\mathrm{bar}$,

g) stopień suchości w temperaturze nasycenia $T = 80\,\mathrm{K}$ i przy objętości właściwej $v = 0.025\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$,

h) o ile wzrośnie entalpia czynnika pod ciśnieniem $p = 1\,\mathrm{bar}$ jeśli jego temperatura wzrośnie od $T = 150\,\mathrm{K}$ do $T = 200\,\mathrm{K}$.

Zad.3 Idealna chłodziarka kriogeniczna, wykorzystująca azot jako czynnik roboczy pracuje pomiędzy temperaturą górną $T_H = 300\,\mathrm{K}$ (przemiana izotermiczna) oraz dolną w zakresie od minimalnej $T_1 = 120\,\mathrm{K}$ do maksymalnej $T_2 = 150\,\mathrm{K}$ (przemiana izobaryczna). Określ wartość współczynnika efektywności η jeśli ciśnienie czynnika w obiegu wynosi 1.01 MPa.

Zad.4 Określ idealną (minimalną) wymaganą pracę (właściwą, to znaczy wyrażoną w kJ/kg) wymaganą do skroplenia azotu znajdującego się pod ciśnieniem 1 bar i w temperaturze 300 K. Docelowy ciekły czynnik ma również znajdować się pod ciśnieniem 1 bar oraz posiadać temperaturzę 77.8 K Dodatkowo oblicz ciepło oddane przez sprężany gaz(wyrażone w kJ/kg).

Zad.5 Prosta skraplarka Joule-Thompsona pracuje w zakresie temperatur 290 K i 71.9 K wykorzystując azot jako czynnik chłodniczy. Gaz jest izotermicznie i odwracalnie sprężany do ciśnienia 10.1 MPa. Dolne ciśnienie odpowiada ciśnieniu nasycenia ciekłego azotu w temperaturze 71.9 K (0.05 MPa). Przyjmując, że wszystkie wymienniki są idealne i do systemu nie przedostaje się ciepło z otoczenia oblicz ilość produkowanej cieczy.

Zad.6 Zakładając, że skraplarkę Joule-Thompsona przedstawioną w zadaniu 4 wykorzystano jako chłodziarkę, oblicz wydajność chłodniczą takiego układu, współczynnik efektywności η oraz sprawność egzergetyczną układu ξ_{egz}(stosunek współczynnika efektywności systemu do współczynnika efektywności Carnot η_C w tym samym zakresie temperatur pracy).

2 Rozwiązania

Zad.1 Znalezienie charakterystyki współczynnika efektywności w funkcji temperatury dolnej sprowadza się do podstawienia odpowiednich wartości i obliczeniu wartości w kolejnych punktach wykresu. Efektywność lewobieżnego obiegu Carnot'a:

$$\eta_C = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_C}{Q_H - Q_C}$$

$$\eta_C = \frac{T_C \cdot (s_2 - s_1)}{T_H \cdot (s_2 - s_1) - T_C \cdot (s_2 - s_1)}$$

$$\eta_C = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

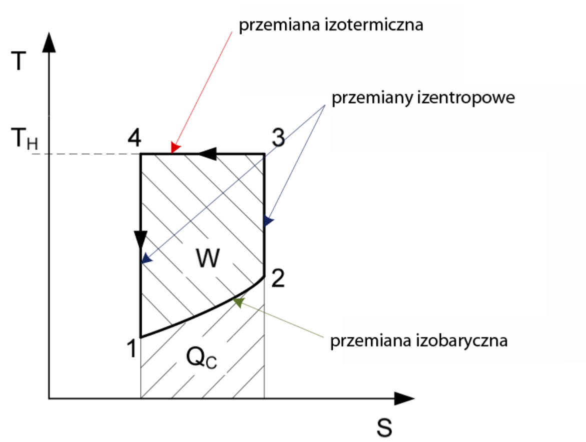
Podstawiając $T_H = 300\,\mathrm{K}$ możemy obliczyć efektywność dla szeregu temperatur T_C:

Na podstawie tabeli 1 można w prosty sposób wygenerować wykres będący rozwiązaniem zadania.

Zad.3 Przedstawiona w zadaniu chłodziarka kriogeniczna działa w oparciu o dwie przemiany izentropowe, przemianę izotermiczną w temperaturze $T_H = 300\,\mathrm{K}$ oraz przemianę izobaryczną w zakresie temperatur $T_1 = 120\,\mathrm{K}$ do $T_2 = 150\,\mathrm{K}$. Obieg takiej chłodziarki przedstawiony jest na rysunku 1:

Tabela 1: Wyniki obliczeń dla dziewięciu różnych temperatur w zakresie $0.1 - 273\,\mathrm{K}$.

No. -	T_H [K]	T_C [K]	η_C -
1	300	0.1	0.00033
2	300	1	0.0033
3	300	10	0.0344
4	300	50	0.2
5	300	100	0.5
6	300	150	1
7	300	200	2
8	300	250	5
9	300	273	10.1



Rysunek 1: Idealny obieg w zadaniu drugim złożony z dwóch przemian izentropowych, przemiany izotermicznej i przemiany izobarycznej.

Współczynnik efektywności takiego systemu, określony jako stosunek efektu do nakładu wyrażony za pomocą wartości właściwych (na kg czynnika) ma postać:

$$\eta = \frac{q_c}{w}$$

gdzie q_c jest to właściwa wydajność chłodnicza, natomiast w właściwa praca obiegu. W zadaniu mamy do czynienia z obiegiem idealnym (brak strat), a więc można zapisać:

$$w = q_h - q_c$$

gdzie:

$$q_c = h_2 - h_1$$

Jeśli oprócz tego ciepło oddawane w temperaturze T_H wyrazi się za pomocą iloczynu temperatury T_H oraz różnicy entropii na początku i końcu przemiany $s1 - s2$, wtedy:

$$\eta = \frac{q_c}{q_h - q_c} = \frac{h_2 - h_1}{T_H \cdot (s_3 - s_4) - (h_2 - h_1)}$$

W tym miejscu należy zauważyć, że $(s_3 - s_4) = (s_2 - s_1)$ co prowadzi do ostatecznego wzoru na efektywność obiegu z zadania 2.

$$\eta = \frac{h_2 - h_1}{T_H \cdot (s_2 - s_1) - (h_2 - h_1)}$$

Od tego miejsca zadanie można rozwiązać na dwa sposoby: a) odczytując wartości entalpii i entropii w poszczególnych punktach i podstawiając do powyższego wzoru, b) poprzez wyrażenie powyższego wzoru za pomocą temperatur, a następnie podstawienie danych z zadania i obliczenie efektywności.

Rozpatrzmy przypadek pierwszy. Z wykresu $T - s$ dla czynnika R-728 odczytujemy: $h_1 = 317.9\,\mathrm{kJ/kg}$, $s_1 = 2.192 kJ/kg\,\mathrm{K}$, $h_2 = 354.3\,\mathrm{kJ/kg}$, $s_2 = 2.463 kJ/kg\,\mathrm{K}$. Podstawiamy do wzoru na współczynnik efektywności:

$$\eta_a = \frac{h_2 - h_1}{T_H \cdot (s_2 - s_1) - (h_2 - h_1)} = \frac{354.3 - 317.9}{300 \cdot (2.463 - 2.192) - (354.3 - 317.9)} = 0.811$$

W drugim przypadku konieczne jest dokonanie przekształcenia. Zmianę entalpii można zapisać jako $dh = c_p(T)dT$, mamy do czynienia z gazem doskonałym ($pV = RT$, czyli $V = RT/p$), a na podstawie II Zasady Termodynamiki możemy zapisać:

$$ds = \frac{dh - V dp}{T} = \frac{dh}{T} - \frac{V dp}{T}$$

Uwzględniając powyższe informacje:

$$ds = \frac{c_p(T)dT}{T} - \frac{RT dp}{pT}$$

Całkując obie strony równania pomiędzy punktami 1 i 2 uzyskujemy:

$$s_2 - s_1 = c_p \cdot ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Ponieważ analizowany problem zakłada przemianę izobaryczną to $p_2 = p_1$, a więc $ln(p_2/p_1) = 0$, co eliminuje prawy człon powyższego równania, dając w ostateczności:

$$s_2 - s_1 = c_p \cdot ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

Oprócz tego wiemy, że dla gazu doskonałego:

$$h_2 - h_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

Po podstawieniu obu powyższych równań do równania na współczynnik efektywności uzyskuje się następującą postać:

$$\eta = \frac{h_2 - h_1}{T_H \cdot (s_2 - s_1) - (h_2 - h_1)} = \frac{c_p \cdot (T_2 - T_1)}{T_H \cdot c_p \cdot ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - c_p \cdot (T_2 - T_1)}$$

Ostatecznie po wyeliminowaniu c_p:

$$\eta = \frac{(T_2 - T_1)}{T_H \cdot ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - (T_2 - T_1)}$$

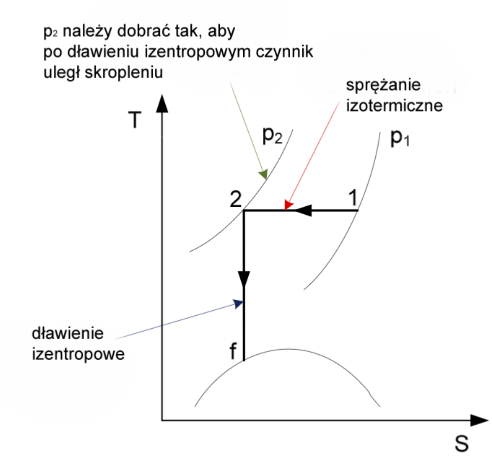
Podstawienie wartości podanych w treści zadania pozwala obliczyć wartość współczynnika efektywności:

$$\eta_b = \frac{(150-120)}{300 \cdot ln\left(\frac{150}{120}\right) - (150-120)} = 0.812$$

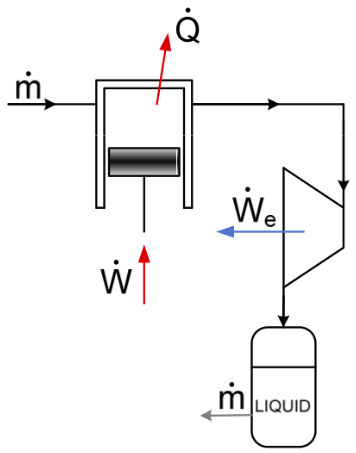
Dla porównania efektywność Carnot dla obiegu temperatur jak w zadaniu 2 (zakładamy $T_C = 120\,\mathrm{K}$) wynosi:

$$\eta_C = \frac{T_C}{T_H - T_C} = \frac{120}{300-120} = 0.667$$

Zad.4 Celem zadania jest obliczenie minimalnego nakładu pracy w przypadku idealnym. Mamy tu do czynienia z dwoma procesami: izotermicznym sprężaniem oraz izentropowym dławieniem (rysunek 2). Układ realizujący obie przemiany został przedstawiony na rysunku 3.



Rysunek 2: Izotermiczne sprężanie oraz izentropowe dławienie na wykresie $T-s$.



Rysunek 3: Schemat układu sprężającego.

Rozwiązanie zadania wymaga prawidłowego zbilansowania pracy układu:

$$\dot{W}_{min} = \dot{W} - \dot{W}_e$$

gdzie $\dot{W}_{min}$ wypadkowa praca układu, $\dot{W}$ - praca sprężarki (dostarczana do układu), $\dot{W}_e$ - praca rozprężania (odbierana z układu). Dla określonego strumienia czynnika $\dot{m}$ możemy wyrazić powyższe równanie za pomocą wielkości właściwych:

$$\frac{\dot{W}_{min}}{\dot{m}} = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}_e}{\dot{m}}$$

czyli:

$$w_{min} = w - w_e$$

Pracę sprężarki zapisuje się jako sumę różnicy entalpii na końcu i na początku procesu $h_2 - h_1$ oraz ilości ciepła odebranego podczas sprężania q.

$$w = h_2 - h_1 + q$$

Ilość oddanego ciepła można wyrazić jako iloczyn temperatury w której zachodzi proces sprężania T_o oraz róznicy entropii na początki i na końcu procesu (pole pod linią przemiany):

$$q = T_o \cdot (s_1 - s_2)$$

Prowadzi to do zależności:

$$w = h_2 - h_1 + T_o \cdot (s_1 - s_2)$$

Pracę dławienia izentropowego zapisujemy jako różnicę entalpii na końcu i na początku dławienia, uwzględniając znak minus ponieważ jest to praca którą odbieramy z układu:

$$-w_e = h_f - h_2$$

gdzie h_f jest to entalpia skroplonego czynnika po dławieniu. Stąd:

$$w_e = h_2 - h_f$$

Co ostatecznie pozwala zapisać poszukiwane równanie na pracę minimalną:

$$w_{min} = w - w_e = h_2 - h_1 + T_o \cdot (s_1 - s_2) - (h_2 - h_f)$$

Po uporządkowaniu:

$$w_{min} = h_f - h_1 + T_o \cdot (s_1 - s_2)$$

Z wykresu $T - s$ dla azotu lub odpowiednich tabel odczytujemy właściwe wartości entalpii i entropii w punktach zdefiniowanych w zadaniu, czyli dla ciśnienia 1 bar i temperatury 300 K (punkt 1) oraz dla ciśnienia 1 bar i czynnika w pod postacią cieczy nasyconej (punkt f). Wartości te wynoszą odpowiednio: $h_1 = 516.4\,\mathrm{kJ/kg}$, $s_1 = 3.895 kJ/kg\,\mathrm{K}$ oraz $h_f = 81.82\,\mathrm{kJ/kg}$, $s_f = s_2 = -0.131 kJ/kg\,\mathrm{K}$.

Na podstawie wyprowadzonego powyżej wzoru możemy obliczyć poszukiwaną pracę minimalną:

$$w_{min} = 81.82 - 516.4 + 300 \cdot (3.895 - (-0.131)) = 773.22\,\mathrm{kJ/kg}$$

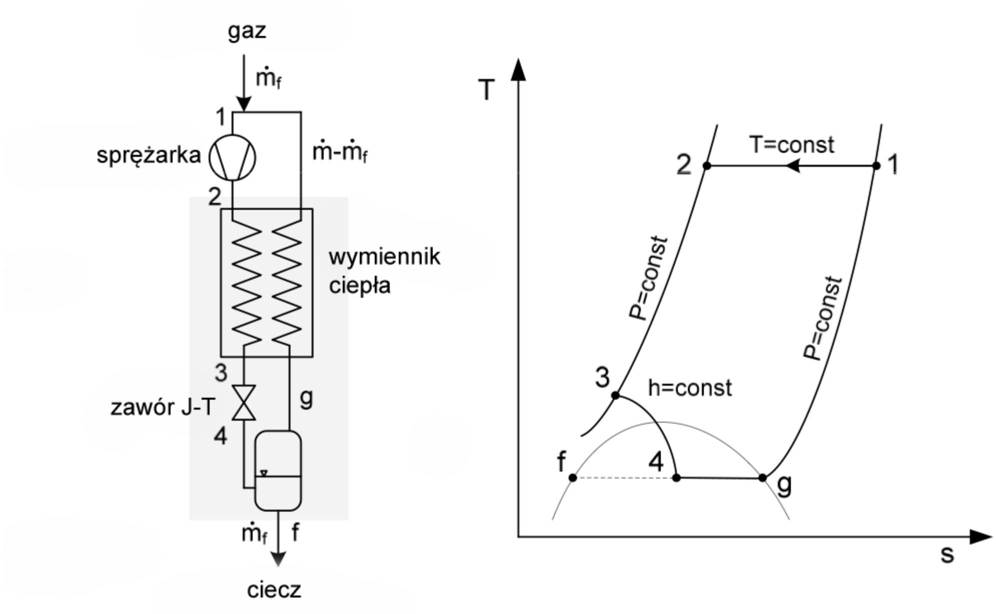
Ciepło oddane przez sprężany gaz wynosi na kilogram czynnika:

$$q = T_o \cdot (s_1 - s_2) = 300 \cdot (3.985 - (-0.131)) = 1207.8\,\mathrm{kJ/kg}$$

Zad.5 Aby określić ilość ciekłego czynnika należy dokonać bilansu połączonych wymiennika ciepła, zaworu rozprężnego oraz zbiornika z cieczą. Na rysunku 4 elementy te został oznaczone jasno szarym prostokątem.

Strumień czynnika $\dot{m}$ o entalpii h_2 wpływa do bilansowanej sekcji, natomiast opuszczają ją strumień ciekłego czynnika $\dot{m}_f$ o entalpii odpowiadającej cieczy nasyconej w danej temperaturze h_f oraz strumień gazowego czynnika $\dot{m} - \dot{m}_f$ o entalpii h_1 (jak w punkcie 1, za wymiennikiem i przed sprężarką). Matematycznie bilans ten przestawia się następująco:

$$\dot{m} \cdot h_2 = (\dot{m} - \dot{m}_f) \cdot h_1 + \dot{m}_f \cdot h_f$$



Rysunek 4: Skraplarka Joule-Thompsona oraz odpowiadający jest obieg na wykresie $T-s$.

Poszukiwana ilość skroplonego czynnika wyrażona jest stosunkiem strumienia ciekłego czynnika $\dot{m}_f$ do strumienia czynnika gazowego na wlocie do sprężarki $\dot{m}$, czyli:

$$y = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}}$$

Stosunek ten można łatwo obliczyć przekształcając przedstawione powyżej równanie bilansowe. Po wymnożeniu nawiasu otrzymujemy:

$$\dot{m} \cdot h_2 = \dot{m} \cdot h_1 - \dot{m}_f \cdot h_1 + \dot{m}_f \cdot h_f$$

Następnie porządkujemy:

$$\dot{m} \cdot h_2 - \dot{m} \cdot h_1 = \dot{m}_f \cdot h_f - \dot{m}_f \cdot h_1$$

Wyciągamy strumienie przed nawias:

$$\dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m}_f \cdot (h_f - h_1)$$

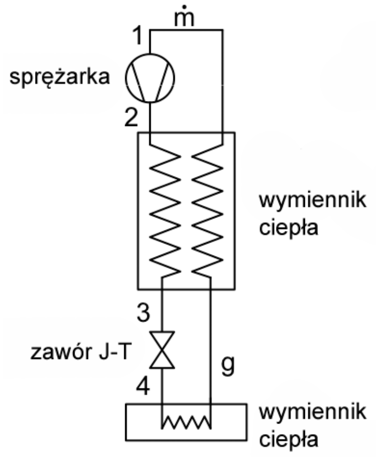
I ostatecznie zapisujemy w formie stosunku strumienia cieczy od strumienia gazu.

$$y = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}} = \frac{h_2 - h_1}{h_f - h_1}$$

Na podstawie wykresu $T-s$ lub odpowiednich tabel własności czynnika możemy łatwo odnaleźć wartości entalpii w odpowiednich punktach zdefiniowanych w zadaniu, a więc w temperaturze 290 K i ciśnieniu 0.05 MPa mamy $h_1 = 515.44$ kJ/kg, w temperaturze 290 K i ciśnieniu 10.1 MPa mamy $h_2 = 494.28$ kJ/kg natomiast entalpia cieczy nasyconej w ciśnieniu 0.05 MPa wynosi $h_f = 71.01$ kJ/kg. Podstawiając do wzoru:

$$y = \frac{494.28 - 515.44}{71.01 - 515.44} = 0.048$$

Zad.6 Kostrukcyjnie rzecz biorąc różnica pomiędzy chłodziarką i skraplarką JT sprowadza się do zastąpienia zbiornika cieczy przez wymiennik ciepła. Ponieważ nie występują ubytki czynnika, nie ma konieczności jego uzupełniania przed sprężarką, obieg jest zamknięty a strumień czynnika wynosi $\dot{m}$.



Rysunek 5: Chłodziarka Joule-Thompsona.

Pracę sprężarki oblicza się tak samo jak w zadaniu 3, czyli:

$$w = h_2 - h_1 + T_1 \cdot (s_1 - s_2)$$

gdzie $T_1 = T_2$ jest to temperatura sprężania izotermicznego.

Właściwą ilość ciepła odebranego w dolnym wymienniku, możemy ustalić jako pole pod izotermą 4-g (patrz wykres $T - s$ na Rysunku 4) lub obliczyć na podstawie różnicy entalpii na wylocie i na wlocie do wymiennika $h_g - h_4$, czyli:

$$q_{ref} = T_4 \cdot (s_g - s_4) = h_g - h_4$$

W tak zdefiniowanym wyidealizowanym układzie efekt chłodniczy uzyskiwany jest w dolnym wymienniku ciepła, natomiast ciepło oddawane jest wyłącznie podczas sprężania izotermicznego. W układzie idealnym obie te wartości musza być sobie równe stąd wniosek, że zmiana entalpii czynnika w wymienniku ciepła musi być równy zmianie entalpii czynnika w sprężarce wziętej ze znakiem minus, czyli:

$$q_{ref} = h_g - h_5 = -(h_2 - h_1)$$

Stąd:

$$q_{ref} = h_1 - h_2$$

Wartości entalpii w punktach 1 i 2 są takie same jak w zadaniu 4, czyli $h_1 = 515.44\,\mathrm{kJ/kg}$ oraz $h_2 = 494.28\,\mathrm{kJ/kg}$.

$$q_{ref} = 515.44 - 494.28 = 21.16\,\mathrm{kJ/kg}$$

Na podstawie powyższych wzorów możemy teraz obliczyć współczynnik efektywności η zdefiniowany jako:

$$\eta = \frac{q_{ref}}{w} = \frac{h_1 - h_2}{h_2 - h_1 + T_1 \cdot (s_1 - s_2)}$$

Do dalszych obliczeń potrzebne są jeszcze wartości entropii w punktach 1 i 2, które odczytane z wykresu $T - s$ lub tabel wynoszą odpowiednio $s_1 = 4.090 kJ/kg\,\mathrm{K}$ oraz $s_2 = 2.449 kJ/kg\,\mathrm{K}$. Podstawiając odczytane wartości do powyższego równania otrzymujemy:

$$\eta = \frac{515.44 - 494.28}{494.28 - 515.44 + 290 \cdot (4.090 - 2.449)} = 0.046$$

Obliczenie sprawności egzergetycznej ξ_{egz} wymaga wcześniejszego ustalenia współczynnika efektywności Carnot, który w naszym przypadku wynosi:

$$\eta_C = \frac{T_C}{T_H - T_C} = \frac{T_4}{T_1 - T_4} = 0.329$$

Stąd sprawność egzergetyczna:

$$\xi_{egz} = \frac{\eta}{\eta_C} = \frac{0.046}{0.329} = 0.109$$