

Chłodnictwo i Kriogenika - Ćwiczenia

Lista 2

dr hab. inż. Bartosz Zajączkowski
bartosz.zajaczkowski@pwr.edu.pl

Politechnika Wrocławska
Wydział Mechaniczno-Energetyczny
Katedra Termodynamiki, Teorii Maszyn i Urządzeń Ciepłych

1 października 2018

1 Zadania

Zad.1 Oblicz ciepło topnienia mieszaniny $m_L = 5$ kg lodu z chlorkiem sodu (sól kuchenna), przy stosunku ilości soli do ilości lodu odpowiednio 5%, 15% i 25%. Do określenia właściwego ciepła topnienia mieszaniny, wykorzystaj poniższą tabelę:

Stosunek %	Właściwe ciepło topnienia, kJ/kg
0	334.88
5	313.95
10	284.65
15	259.53
20	238.60
25	213.49
30	192.56

Zad.2 W komorze zamrażalniczej zamraża się codziennie 3.5 tony mięsa wołowego, od temperatury początkowej $T_p = 8^\circ\text{C}$, do temperatury składowania $T_R = -18^\circ\text{C}$. Przyjmij, że ciepło właściwe dla mięsa wołowego rozmrożonego $c_{p1} = 3.25$ kJ/kgK, ciepło właściwe dla mięsa wołowego zamrożonego $c_{p2} = 1.76$ kJ/kgK, ciepło utajone zamrażania mięsa wołowego $q_w = 235$ kJ/kg oraz temperatura krioskopowa $t_{kr} = -1^\circ\text{C}$. Oblicz ile ciepła należy odprowadzić od produktu.

Zad.3 W projektowanej komorze zamrażalniczej będzie zamrażane 5 ton żabich udek, od temperatury początkowej $T_p = 10^\circ\text{C}$, do temperatury składowania $T_R = -10^\circ\text{C}$. Ciepło właściwe rozmrożonych żabich udek wynosi $c_{p1} = 3.57$ kJ/kgK, ciepło właściwe zamrożonych żabich udek $c_{p2} = 1.89$ kJ/kgK, ciepło utajone zamrażania żabich udek $q_w = 281$ kJ/kg oraz temperatura krioskopowa $t_{kr} = -3^\circ\text{C}$. Jaka powinna być wydajność chłodnicza, aby proces zamrażania trwał 8 godzin?

Odp: 59.14 kW

Zad.4 W przelotowej komorze chłodniczej zamrażanie odbywa się w sposób ciągły na taśmie przesuwanej się z prędkością $v_t = 0.05 \text{ m/s}$. Do wnętrza komory wjeżdżają specjalne pojemniki do produkcji kostek lodu o pojemności $V_l = 10 \text{ l}$, wypełnione wodą o temperaturze $T_1 = 20^\circ\text{C}$. Wewnątrz zainstalowana jest instalacja o wydajności $Q_0 = 50 \text{ kW}$. Oblicz jak długi musi być taśmociąg, aby po drugiej stronie odbierano lód o temperaturze $T_2 = -5^\circ\text{C}$. Do obliczeń należy przyjąć ciepło właściwe wody $c_{p-w} = 4.18 \text{ kJ/kgK}$, ciepło właściwe lodu $c_{p-l} = 2.1 \text{ kJ/kgK}$ oraz ciepło przemiany fazowej - zamarzania wody $q_l = 334 \text{ kJ/kg}$. Gęstość wody w temperaturze 20°C wynosi $\rho_{20^\circ\text{C}} = 998 \text{ kg/m}^3$. Jakiej długości jest taśmociąg?

Zad.5 Nieduży przelotowy system do mrożenia wołowiny wyposażony jest w taśmociąg o długości $l = 5 \text{ m}$. Prędkość taśmy to $v_t = 0.02 \text{ m/s}$. System zamraża paczki mielonej wołowiny o masie $m = 1 \text{ kg}$. Przyjmij, że ciepło właściwe dla mięsa wołowego rozmrożonego $c_{p1} = 3.25 \text{ kJ/kgK}$, ciepło właściwe dla mięsa wołowego zamrożonego $c_{p2} = 1.76 \text{ kJ/kgK}$, ciepło utajone zamrażania mięsa wołowego $q_w = 235 \text{ kJ/kg}$ oraz temperatura krioskopowa $t_{kr} = -1^\circ\text{C}$. Jeśli temperatura początkowa $T_p = 5^\circ\text{C}$, a temperatura składowania $T_R = -18^\circ\text{C}$, oblicz jaka powinna być wydajność chłodnicza systemu w przeliczeniu na jedną paczkę produktu. Jak długo produkt pozostaje w komorze zamrażalniczej?

Odp: 1.11 kW, **Odp:** 250 s

Zad.6 Za pomocą sprężarki, w urządzeniu chłodniczym zrealizowano przemianę politropową o wykładniku 2. Temperatura gazu zasysanego do sprężarki wynosi $T_1 = 20^\circ\text{C}$, natomiast na wylocie $T_2 = 50^\circ\text{C}$. Oblicz ciśnienie na wylocie, jeżeli gaz zasysany jest pod ciśnieniem atmosferycznym. Oblicz spręż sprężarki.

Zad.7 Oblicz temperaturę końca sprężania wiedząc, że ciśnienie na wlocie wynosi $p_1 = 1.5 \text{ bar}$, na wylocie $p_2 = 3.5 \text{ bar}$, a temperatura początkowa gazu to $T_1 = 300 \text{ K}$. Wykładnik politropy zachodzącej przemiany wynosi $n = 1.4$.

Zad.8 Początkowy stan gazu określony jest parametrami $T_1 = 320 \text{ K}$, $p_1 = 2.7 \text{ bar}$, natomiast końcowy $T_2 = 390 \text{ K}$, $p_2 = 5.3 \text{ bar}$. Oblicz wykładnik politropy przemiany.

Zad.9 Oblicz jaką pracę wykona sprężarka, sprężając $v = 20 \text{ m}^3$ powietrza o temperaturze $T_{p1} = 25^\circ\text{C}$ i ciśnieniu $p_{p1} = 1 \text{ bar}$ do ciśnienia $p_{p2} = 6 \text{ bar}$. Obliczenia wykonaj dla przemiany politropowej o wykładniku $n = 1.3$.

Zad.10 Jaka musiałaby być moc sprężarki (jak w zadaniu 8), aby sprężyć podaną objętość gazu, odpowiednio w ciągu godziny i w ciągu doby.

2 Rozwiązania

Zad.1 Ciepło topnienia mieszaniny lodu z solą oblicza się wg zależności:

$$Q = m_L \cdot q_e \quad (1)$$

Gdzie q_e jest to właściwe ciepło przemiany, które należy odczytać z tabeli. Dla 5%, 15% i 25% roztworu wartość właściwego ciepła topnienia wynosi odpowiednio $q_{e,5\%} = 313.95 \text{ kJ}$, $q_{e,15\%} = 259.53 \text{ kJ}$, $q_{e,25\%} = 213.49 \text{ kJ}$.

$$\text{a) } Q_{5\%} = 5 \text{ kg} \cdot 313.95 \text{ kJ/kg} = 1569.75 \text{ kJ}$$

$$\text{b) } Q_{15\%} = 5 \text{ kg} \cdot 259.53 \text{ kJ/kg} = 1297.65 \text{ kJ}$$

$$\text{c) } Q_{25\%} = 5 \text{ kg} \cdot 213.49 \text{ kJ/kg} = 1067.45 \text{ kJ}$$

Zad.6 Rozwiązanie zadania 5 wymaga znajomości zależności pomiędzy temperaturami i ciśnieniami na początku i końcu przemiany politropowej. Dla przemiany politropowej prawdziwa jest zależność:

$$p \cdot V^n = idem \quad (2)$$

Aby wyeliminować objętość należy spierwiastkować równanie (2), co prowadzi do postaci:

$$p^{\frac{1}{n}} \cdot V = idem$$

Równanie Clapeyrona przekształcone celem uzyskania objętości po lewej stronie ma postać:

$$V = \frac{nRT}{p}$$

Zestawiając obie równości uzyskuje się:

$$p^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{nRT}{p} = idem$$

Po podzieleniu obu stron równania przez nR (stała) oraz zapisaniu $1/p$ jako p^{-1} równanie przyjmuje postać:

$$p^{\frac{1}{n}} \cdot p^{-1} \cdot T = idem$$

Ponieważ $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$ uporządkowanie powyższego równania prowadzi ostatecznie do zależności pomiędzy temperaturą i ciśnieniem przemiany politropowej:

$$p^{\frac{1-n}{n}} \cdot T = idem$$

Zakładając, że przemiana politropowa przebiega pomiędzy stanami 1 i 2, można zapisać następującą równość:

$$p_1^{\frac{1-n}{n}} \cdot T_1 = p_2^{\frac{1-n}{n}} \cdot T_2$$

Co daje się uporządkować do następujących postaci:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-n}{n}} \quad (3)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} \quad (4)$$

Rozwiązanie zadania 3 wymaga skorzystania z równania (4). Pozostawiając po lewej stronie p_2 i pamiętając, że temperatury należy podstawiać w Kelwinach mamy:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}} = 1 \text{ bar} \cdot \left(\frac{273^\circ\text{C} + 50^\circ\text{C}}{273^\circ\text{C} + 20^\circ\text{C}}\right)^{\frac{2}{2-1}} = 1.22 \text{ bar}$$

Spręż definiuje się jako stosunek ciśnienia na wylocie do ciśnienia na wlocie.

$$\pi = \frac{p_2}{p_1} = \frac{1.22 \text{ bar}}{1 \text{ bar}} = 1.22$$

Zad.7 Rozwiązanie zadania wymaga przekształcenia równania (3), celem uzyskania jawnego T_2 . Odwracając licznik i mianownik uzyskuje się:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-n}{n}}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

A więc:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Co po podstawieniu odpowiednich wartości, natychmiast prowadzi do rozwiązania...

$$T_2 = 300 \text{ K} \cdot \left(\frac{3.5 \text{ bar}}{1.5 \text{ bar}}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 300 \text{ K} \cdot 1.26 = 378 \text{ K}$$

Zad.8 Aby możliwe było obliczenie wykładnika przemiany, konieczne jest przekształcenie równania (3). Zlogarytmowanie obu stron równania prowadzi do następującej postaci:

$$\log\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\left(\frac{1-n}{n}\right)}$$

Ponieważ $\log(a)^b = b \cdot \log(a)$:

$$\log\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{1-n}{n}\right) \cdot \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Po pomnożeniu obu stron przez n :

$$n \cdot \log\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = (1-n) \cdot \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Wykonujemy mnożenie po prawej stronie:

$$n \cdot \log\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) - n \cdot \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Przenosimy iloczyn przez n na lewą stronę i wyciągamy n przed nawias:

$$n \cdot \left[\log\left(\frac{T_1}{T_2}\right) + \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \right] = \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Sumę logarytmów można zapisać jako logarytm iloczynu:

$$n \cdot \left[\log \left(\frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{p_2}{p_1} \right) \right] = \log \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

Ostatecznie wykładnik politropy oblicza się z następującej zależności:

$$n = \frac{\log \left(\frac{p_2}{p_1} \right)}{\log \left(\frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{p_2}{p_1} \right)}$$

Podstawiając dane z zadania uzyskuje się następującą wartość n :

$$n = \frac{\log \left(\frac{5.3 \text{ bar}}{2.7 \text{ bar}} \right)}{\log \left(\frac{320 \text{ K}}{390 \text{ K}} \cdot \frac{5.3 \text{ bar}}{2.7 \text{ bar}} \right)} = 1.41$$

Zad.9 Rozwiązanie zadania wymaga wyprowadzenia wzoru na pracę przemiany politropowej. W termodynamice pracę L_{1-2} oblicza się całkując:

$$L_{1-2} = \int_1^2 p \cdot dV \quad (5)$$

Wiedząc, że dla przemiany politropowej obowiązuje równanie (2) można zapisać:

$$p = \frac{\textit{idem}}{V^n} \quad (6)$$

Co po podstawieniu do równania (5) daje:

$$L_{1-2} = \int_1^2 \frac{\textit{idem}}{V^n} \cdot dV$$

Po uporządkowaniu:

$$L_{1-2} = \textit{idem} \cdot \int_1^2 V^{-n} \cdot dV$$

Pamiętając, że $\int x^a = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ rozwiązujemy całkę otrzymując:

$$L_{1-2} = \textit{idem} \cdot \left(\frac{V_2^{1-n}}{1-n} - \frac{V_1^{1-n}}{1-n} \right)$$

Po uporządkowaniu:

$$L_{1-2} = \frac{\textit{idem}}{1-n} \cdot (V_2^{1-n} - V_1^{1-n})$$

Uwzględniając, że $x^{1-a} = x^1 \cdot x^{-a}$ możemy zapisać:

$$L_{1-2} = \frac{\textit{idem}}{1-n} \cdot (V_2 \cdot V_2^{-n} - V_1 \cdot V_1^{-n})$$

Uporządkowując zapis do postaci...

$$L_{1-2} = \frac{1}{1-n} \cdot \left(V_2 \cdot \frac{\textit{idem}}{V_2^n} - V_1 \cdot \frac{\textit{idem}}{V_1^n} \right)$$

Oraz podstawiając równanie (6) równanie przyjmuje postać:

$$L_{1-2} = \frac{1}{1-n} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

Co po wyciągnięciu z nawiasu -1 daje ostatecznie równanie na pracę przemiany politropowej:

$$L_{1-2} = \frac{1}{n-1} \cdot (p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2)$$

Podstawiając odpowiednie wartości z zadania uzyskuje się:

$$L_{1-2} = \frac{1}{n-1} \cdot (p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2)$$

Niestety do rozwiązania wciąż brakuje nam informacji o objętości w stanie 2. Na szczęście można ją wyeliminować. W tym celu należy zapisać równanie politropy dla dwóch stanów 1 i 2.

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n$$

Przekształcając:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1^n}{V_2^n}$$

Pierwiastkując w stopniu n :

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{n}}$$

Podstawiając do równania na pracę:

$$L_{1-2} = \frac{1}{n-1} \cdot \left(p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{n}} \right)$$

Teraz można wyciągnąć $p_1 \cdot V_1$ przed nawias:

$$L_{1-2} = \frac{1}{n-1} \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \left(1 - V_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{n}} \right)$$

Ostatecznie uzyskuje się równanie na pracę przemiany politropowej, do rozwiązania którego nie jest potrzebna znajomość objętości na końcu:

$$L_{1-2} = \frac{1}{n-1} \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right)$$

Teraz można podstawić odpowiednie wartości, pamiętając o wyrażeniu ciśnienia w jednostkach SI:

$$L_{1-2} = \frac{1}{1.3 - 1} \cdot 1 \cdot 10^5 Pa \cdot 20m^3 \cdot \left(1 - \left(\frac{6 \cdot 10^5 Pa}{1 \cdot 10^5 Pa} \right)^{\frac{1.3-1}{1.3}} \right) = -3.413 \cdot 10^6 J = -3414 kJ$$

Znak minus w rozwiązaniu wynika z faktu, że mamy do czynienia z kompresją, a więc zmniejszeniem objętości - pracę należy doprowadzić do systemu. Stąd wniosek, że aby przeprowadzić kompresję politropową w warunkach opisanych w zadaniu do sprężarka musi wykonać pracę 3143 kJ.

Zad.10 Aby obliczyć moc sprężarki należy podzielić pracę obliczoną w zadaniu 9 przez czas. W tym przypadku dla przypadków proponowanych w zadaniu będzie to odpowiednio 3600 s oraz 86400 s.

a) $P_{1h} = \frac{3143 kJ}{3600 s} = 0.94 kW$

b) $P_{24h} = \frac{3143 kJ}{86400 s} = 0.04 kW$